This is a reproduction of a library book that was digitized by Google as part of an ongoing effort to preserve the information in books and make it universally accessible.

Google™ books

https://books.google.com

Über dieses Buch

Dies ist ein digitales Exemplar eines Buches, das seit Generationen in den Regalen der Bibliotheken aufbewahrt wurde, bevor es von Google im Rahmen eines Projekts, mit dem die Bücher dieser Welt online verfügbar gemacht werden sollen, sorgfältig gescannt wurde.

Das Buch hat das Urheberrecht überdauert und kann nun öffentlich zugänglich gemacht werden. Ein öffentlich zugängliches Buch ist ein Buch, das niemals Urheberrechten unterlag oder bei dem die Schutzfrist des Urheberrechts abgelaufen ist. Ob ein Buch öffentlich zugänglich ist, kann von Land zu Land unterschiedlich sein. Öffentlich zugängliche Bücher sind unser Tor zur Vergangenheit und stellen ein geschichtliches, kulturelles und wissenschaftliches Vermögen dar, das häufig nur schwierig zu entdecken ist.

Gebrauchsspuren, Anmerkungen und andere Randbemerkungen, die im Originalband enthalten sind, finden sich auch in dieser Datei – eine Erinnerung an die lange Reise, die das Buch vom Verleger zu einer Bibliothek und weiter zu Ihnen hinter sich gebracht hat.

Nutzungsrichtlinien

Google ist stolz, mit Bibliotheken in partnerschaftlicher Zusammenarbeit öffentlich zugängliches Material zu digitalisieren und einer breiten Masse zugänglich zu machen. Öffentlich zugängliche Bücher gehören der Öffentlichkeit, und wir sind nur ihre Hüter. Nichtsdestotrotz ist diese Arbeit kostspielig. Um diese Ressource weiterhin zur Verfügung stellen zu können, haben wir Schritte unternommen, um den Missbrauch durch kommerzielle Parteien zu verhindern. Dazu gehören technische Einschränkungen für automatisierte Abfragen.

Wir bitten Sie um Einhaltung folgender Richtlinien:

+ *Nutzung der Dateien zu nichtkommerziellen Zwecken* Wir haben Google Buchsuche für Endanwender konzipiert und möchten, dass Sie diese Dateien nur für persönliche, nichtkommerzielle Zwecke verwenden.

+ *Keine automatisierten Abfragen* Senden Sie keine automatisierten Abfragen irgendwelcher Art an das Google-System. Wenn Sie Recherchen über maschinelle Übersetzung, optische Zeichenerkennung oder andere Bereiche durchführen, in denen der Zugang zu Text in großen Mengen nützlich ist, wenden Sie sich bitte an uns. Wir fördern die Nutzung des öffentlich zugänglichen Materials für diese Zwecke und können Ihnen unter Umständen helfen.

+ *Beibehaltung von Google-Markenelementen* Das "Wasserzeichen" von Google, das Sie in jeder Datei finden, ist wichtig zur Information über dieses Projekt und hilft den Anwendern weiteres Material über Google Buchsuche zu finden. Bitte entfernen Sie das Wasserzeichen nicht.

+ *Bewegen Sie sich innerhalb der Legalität* Unabhängig von Ihrem Verwendungszweck müssen Sie sich Ihrer Verantwortung bewusst sein, sicherzustellen, dass Ihre Nutzung legal ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass ein Buch, das nach unserem Dafürhalten für Nutzer in den USA öffentlich zugänglich ist, auch für Nutzer in anderen Ländern öffentlich zugänglich ist. Ob ein Buch noch dem Urheberrecht unterliegt, ist von Land zu Land verschieden. Wir können keine Beratung leisten, ob eine bestimmte Nutzung eines bestimmten Buches gesetzlich zulässig ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass das Erscheinen eines Buchs in Google Buchsuche bedeutet, dass es in jeder Form und überall auf der Welt verwendet werden kann. Eine Urheberrechtsverletzung kann schwerwiegende Folgen haben.

Über Google Buchsuche

Das Ziel von Google besteht darin, die weltweiten Informationen zu organisieren und allgemein nutzbar und zugänglich zu machen. Google Buchsuche hilft Lesern dabei, die Bücher dieser Welt zu entdecken, und unterstützt Autoren und Verleger dabei, neue Zielgruppen zu erreichen. Den gesamten Buchtext können Sie im Internet unter `http://books.google.com` durchsuchen.

NYPL RESEARCH LIBRARIES
3 3433 08402579 4

Digitized by Google

Digitized by Google

VGI
WAGNER
Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Der Lichtbogen

als Wechselstromerzeuger

Mit besonderer Berücksichtigung des Bogens

zwischen Metallelektroden

von

Dr. K. Willy Wagner

Mit 44 Textfiguren.

Leipzig
Verlag von S. Hirzel
1910

Digitized by Google

THE NEW YORK
PUBLIC LIBRARY
485426
ASTOR, LENOX AND
TILDEN FOUNDATIONS.
R 1910 L

Druck von August Pries in Leipzig.

Digitized by Google

Vorwort.

Die Fähigkeit des Lichtbogens, als Wechselstromerzeuger wirken zu können, ist seit 10 Jahren bekannt. Sie hat in den letzten Jahren durch ihre Anwendung in der Wellentelegraphie und Wellentelephonie sowie in der Meßtechnik eine praktische Bedeutung erlangt. Da es außerdem gelungen ist, die Erscheinung theoretisch ziemlich weitgehend zu erforschen, so glaube ich, daß auch eine breitere Öffentlichkeit ein Interesse an dieser Studie haben wird, die als Inauguraldissertation von der Göttinger philosophischen Fakultät angenommen worden ist. Sie zerfällt im wesentlichen in zwei Hauptteile. Der erste, aus den § 1 bis 7 bestehend, gibt den gegenwärtigen Stand der wissenschaftlichen Erkenntnis der dynamischen Lichtbogenerscheinungen; der zweite Teil (§ 8 bis 10) beschäftigt sich vorwiegend mit Versuchen und Anwendungen. Meine eigenen Versuche, namentlich die systematischen Untersuchungen des Bogens zwischen Metallelektroden habe ich im Göttinger Institut für angewandte Elektrizität angestellt; einige Beobachtungen, zu denen mir meine frühere Tätigkeit im Hochspannungslaboratorium der Siemens-Schuckertwerke zu Charlottenburg Gelegenheit gegeben hat, sind ebenfalls in dieser Abhandlung verarbeitet. Die Versuche beziehen sich, wenn auch nicht ausschließlich, so doch vorwiegend auf Bögen zwischen Metallelektroden. Diese sind von den Experimentatoren bisher recht stiefmütterlich behandelt worden. Und doch war von vornherein zu erwarten, daß sie besonders einfache und leichter zu übersehende

Digitized by Google

Versuchsergebnisse liefern würden. Denn erstens ist hier die „Lichtbogenhysterese“ klein, und zweitens hat man wegen des geringen Abbrands und der natürlichen chemischen und physikalischen Homogenität der Metalle bestimmtere Verhältnisse und somit viel regelmäßigere Lichtbogenerscheinungen als bei Kohleelektroden. Die Versuche haben gezeigt, daß dem wirklich so ist; sie haben außerdem das interessante Ergebnis gezeitigt, daß der Metallichtbogen dauernde Schwingungen von 100 Millionen Perioden und mehr zu erregen imstande ist.

Die Anregung zu der Arbeit verdanke ich meinem hochverehrten Lehrer, Herrn Prof. Dr. Herm. Th. Simon in Göttingen; es ist mir eine liebe Pflicht, ihm auch an dieser Stelle meinen wärmsten Dank auszusprechen für das lebhafte Interesse und die tatkräftige Förderung, die er meinen Arbeiten allezeit hat angedeihen lassen.

Berlin, Mai 1910.

Karl Willy Wagner.

Digitized by Google

Inhalt.

Seite

§ 1. Einleitung 1
§ 2. Die Methode der Charakteristiken. Stabilitätsbetrachtungen . . . 4
§ 3. Betrachtung kleiner Schwingungen 11
§ 4. Die Ionentheorie des Lichtbogens 14
§ 5. Die Lichtbogentheorie von H. Th. Simon 22
a) Allgemeines 22
b) Anwendung auf kleine Schwingungen 25
c) Anwendung auf Schwingungen erster Art 27
d) Anwendung auf Schwingungen dritter Art 37
§ 6. Die Schwingungen zweiter Art 40
a) Die Form der Schwingungen, entwickelt nach einem Verfahren von Barkhausen 40
b) Quantitative Beziehungen; die Bedeutung des charakteristischen Widerstands 44
c) Die Oberschwingungen 51
d) Die Zündung; Stabilitätsbetrachtungen 55
e) Die Betrachtungsweise von Barkhausen im Licht der Simonschen Theorie 59
f) Versuch einer Erweiterung der Simonschen Lichtbogentheorie 62
§ 7. Lichtbogenschwingungen ohne eigentlichen Schwingungskreis . . 71
§ 8. Versuche 75
a) Beschreibung der Anordnung; statische Charakteristiken . . 75
b) Die Messung der Frequenz; Beobachtungen mit dem Wellenmesser 78
c) Untersuchungen über den Bereich, in dem Schwingungen zweiter Art zu erhalten sind, wenn man den charakteristischen Widerstand ϱ variiert 81
d) Einfluß des dämpfenden Widerstands und der Bogenlänge . . 93
e) Glimmstromschwingungen 96
f) Schwingungen von der Frequenz Hertzscher Wellen 97
g) Über das Spektrum des Bogens 101
h) Aufnahme dynamischer Charakteristiken 103
i) Mehrere Bögen in Reihenschaltung 111
§ 9. Grundsätze für die rationelle Erzeugung von Lichtbogenwechselströmen 115
§ 10. Über die vom Lichtbogen erzeugten Überspannungen und einige Eigenschaften der üblichen Überspannungssicherungen 117

Digitized by Google

Digitized by Google

§ 1. Einleitung.

Die Verwendung des Gleichstromlichtbogens als Wechselstromerzeuger hat ihren Ausgang von der Beobachtung Duddells[1]) genommen, daß der Bogen in einem zu ihm parallel geschalteten Kreise aus Kapazität und Induktivität bei gewissen Verhältnissen einen dauernden Wechselstrom hervorruft, was sich durch ein Tönen des Bogens kundgibt. Diese merkwürdige Erscheinung ist alsbald nach ihrer Entdeckung von vielen Seiten untersucht worden. Das große Interesse verdankt sie vor allem dem lebhaften Bedürfnis nach einer Erzeugungsart von Wechselströmen von höherer Frequenz, als sie durch Maschinen hergestellt werden können, wie sie z. B. in der Telegraphie und Telephonie mittels elektrischer Wellen gebraucht werden. Auch für manche andere technische und besonders auch für Meßzwecke ist der Besitz eines einfach zu handhabenden Hochfrequenzgenerators von großem Wert.

Die Versuche, die von Duddell und anderen über die Entstehungsbedingungen und Eigenschaften der Lichtbogenschwingungen angestellt worden sind, haben folgende Hauptzüge der Erscheinung ergeben.

1. Die Frequenz n des Wechselstroms ist angenähert gleich der Eigenfrequenz n_0 des Kreises, die bekanntlich

$$n_0 = \frac{1}{2\pi}\frac{1}{\sqrt{LC}}$$

ist, wenn L die Induktivität, C die Kapazität bedeutet, und wenn der Ohmsche Widerstand vernachlässigt wird. Es ist (wenn wir von einigen Ausnahmefällen absehen, die nur in ganz besonderen Anordnungen auftreten), n kleiner als n_0; n nähert sich dem Wert n_0, wenn man unter sonst gleichbleibenden Verhältnissen die Gleichstromstärke i_0 vergrößert; ebenso wenn bei demselben n_0 das Verhältnis $\frac{L}{C}$ vergrößert wird.

1) W. Duddell, The Electrician **46**, 269 u. 310, 1900.

Digitized by Google

2. Die Schwingungen erlöschen, wenn man

a) die Gleichstromstärke i_0 oder
b) die Bogenlänge oder
c) das Verhältnis $\frac{L}{C}$ oder
d) den Widerstand w des Schwingungskreises über eine gewisse Grenze steigert.

3. Bei der ursprünglichen Duddellschen Anordnung (Lichtbogen zwischen Homogenkohlen in Luft) sind Schwingungen jenseits einer gewissen Frequenz (etwa 50000 in der Sekunde) nicht zu erreichen. Die Einbettung des Bogens in andere Gase, insbesondere in Wasserstoff, die Verwendung eines Magnetgebläses, die Verwendung einer gekühlten Metallanode und endlich die Serienschaltung von Lichtbögen erhöht jene Grenze, und zwar gelangt man auf diesem Wege bis zu etwa 2 Millionen Perioden.

4. Die Schwingungsform ist je nach den gewählten elektrischen Verhältnissen und je nach dem Material der Elektroden sehr verschieden. Man kann im wesentlichen drei Formen unterscheiden: Bei der ersten Art ist die Amplitude des Wechselstroms kleiner als die Gleichstromstärke; der Bogen erlischt infolgedessen nie; die Wechselstromkurve ist sehr angenähert eine Sinuskurve. Bei den Schwingungen zweiter Art übertrifft die Wechselstromamplitude den Gleichstrom, der Lichtbogen ist daher während eines Teils der Periode erloschen. Die Wechselstromkurve weicht von der Sinuskurve um so stärker ab, je länger der erwähnte Teil der Periode im Vergleich zur ganzen Periode ist. Zu Beginn des stromlosen Periodenteils kehrt sich die Spannung am Bogen um, da sich der Kondensator dann über die Stromquelle entlädt. Unter bestimmten Umständen, z. B. bei großer Kapazität, kann diese negative Spannung den Lichtbogen im umgekehrten Sinn zünden; die Entladung des Kondensators geschieht dann durch den Bogen, und zwar häufig gedämpft oszillatorisch. Dieses vom vorhergehenden wesentlich verschiedene Schwingungsphänomen bezeichnen wir als Schwingungsform dritter Art. Sie wird am leichtesten bei Metallelektroden beobachtet; der altbekannte Entladungsfunken eines Kapazitätskreises stellt diese Form in der reinsten Ausbildung dar.

An Erklärungsversuchen für diese äußerst verwickelten Erscheinungen hat es seit ihrer Auffindung nicht gefehlt; man kann

Digitized by Google

hier auf zwei Wegen vorzudringen versuchen, und das ist in der Tat geschehen. Der eine besteht darin, daß man zur Beschreibung der physikalischen Vorgänge im Bogen die Vorstellungen der Ionentheorie der Gasentladungen zugrunde legt; indessen gelangt man bei ausschließlicher Beschreitung dieses Wegs nicht weit, da unsere Kenntnisse von der Erzeugung und der Bewegung der Ionen gerade im Lichtbogen noch recht lückenhaft sind. Der zweite Weg ist der einer rein beschreibenden, einer phänomenologischen Theorie, bei der man mit gewissen experimentell gefundenen Parametern operiert, ohne auf den physikalischen Mechanismus der Erscheinung näher einzugehen. Aber auch die einseitige Anwendung dieses Verfahrens hat wegen der Unübersichtlichkeit der experimentellen Tatsachen keine großen Erfolge zeitigen können. Erst durch die Verbindung der phänomenologischen Methode mit ionentheoretischen Überlegungen ist es H. Th. Simon gelungen, eine Theorie der Lichtbogenerscheinungen [1]) aufzustellen, die sich als zuverlässiger Führer durch das weite Gebiet bewährt hat. Er selbst hat auf Grund dieser Theorie eine große Zahl der Versuchsergebnisse erklären und neue Ergebnisse voraussagen können [2]); Roschansky [3]) hat auf demselben Wege erfolgreich weiter gearbeitet, während Barkhausen [4]) allgemeine Grundsätze der Schwingungserregung entwickelt hat. Durch diese Arbeiten, die der vorliegenden Abhandlung in erster Linie zugrunde gelegt sind, ist über die wesentlichen Punkte unseres Problems Klarheit geschaffen worden. Wie aber der Fortschritt der Wissenschaft im allgemeinen bei der Lösung eines Problems fast stets zugleich neue Fragen entstehen läßt, so geschah es auch hier. Die Simonsche Theorie ließ vermuten, daß Lichtbögen zwischen Metallelektroden besonders gut geeignet zur Erregung von Schwingungen seien; die Versuche, die von verschiedenen Seiten angestellt worden sind, schienen dem zu widersprechen. Ich habe darum bei meiner Experimentaluntersuchung (die ich im Sommer 1908 und Winter 1908/09 im Göttinger Institut für angewandte Elektrizität auf

1) H. Th. Simon, Phys. Zeitschr. Bd. 6, S. 297, 1905; Elektrot. Zeitschr. 1905, S. 818; Jahrb. der drahtl. Telegraphie Bd. 1, S. 16, 1907.

2) H. Th. Simon, Phys. Zeitschr. Bd. 7, S. 433, 1906; Elektrot. Zeitschr. 1907, S. 295.

3) D. Roschansky, Phys. Zeitschr. Bd. 9, S. 627. 635, 1908.

4) H. Barkhausen, Das Problem der Schwingungserregung. Dissertation, Göttingen 1907; auch als Buch bei S. Hirzel, Leipzig.

Digitized by Google

Veranlassung von Herrn Prof. H. Th. Simon ausgeführt habe), besonders Metallichtbögen vorgenommen. Ich erwähne vorweg, daß die von Simon gezogenen Schlüsse sich als richtig erwiesen haben; ferner haben sich einige neue interessante Erscheinungen herausgestellt; endlich haben mich diese Versuche dazu geführt, die theoretischen Anschauungen in mancher Hinsicht auszubauen und zu erweitern, sie stellenweise auch kritisch zu beleuchten. Darüber wird in dieser Abhandlung berichtet. Um ihr Studium zu erleichtern, habe ich die Theorie vorangestellt; dabei habe ich die Vorarbeiten, die unsere Einsicht in die Vorgänge bereichert haben, also insbesondere die schon erwähnten, nicht einfach als bekannt vorausgesetzt, sondern ihr Wesentliches kurz angegeben.

§ 2. Die Methode der Charakteristiken. Stabilitätsbetrachtungen.

Beim Gleichstrombogen ist der Zusammenhang zwischen der Spannung e an den Elektroden und der Stromstärke i im Bogen kein so einfacher, wie bei den meisten metallischen und vielen elektrolytischen Leitern. Wollte man die hier so nützlichen beiden Parameter „Ohmscher Widerstand“ und „elektromotorische Gegenkraft“ auch zur Beschreibung der elektrischen Verhältnisse des Bogens anwenden, so müßte man mindestens eine dieser Größen als Funktion des Stromes i einführen; damit wäre nichts gewonnen, da diese Funktionen erfahrungsgemäß keine einfache Gestalt haben. Es hat sich vielmehr beim Bogen als zweckmäßig erwiesen, unmittelbar von der experimentell gegebenen Abhängigkeit der e-, i-Werte voneinander auszugehen; man veranschaulicht sich diese dadurch, daß man in einem rechtwinkligen Koordinatensystem die Ströme i als Abszissen, die zugehörigen Bogenspannungen e als Ordinaten aufträgt (Abb. 1). Die erhaltene Kurve kennzeichnet das elektrische Verhalten des betreffenden Bogens und heißt seine

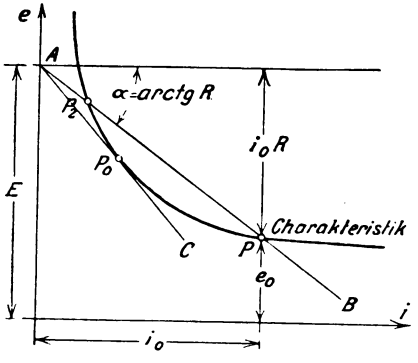


Abb. 1.

Digitized by Google

Charakteristik. Die Schlüsse, die man auf diesem Wege über das Verhalten des Bogens gewinnt, sind offenbar unabhängig von jeder Hypothese über den Mechanismus der Stromleitung im Bogen; dagegen haben sie zur wesentlichen Voraussetzung die Annahme, daß die Charakteristik sich bei den in Frage stehenden Vorgängen nicht ändert.

Kennt man die Charakteristik eines Bogens, so läßt sich graphisch sehr leicht die Stromstärke bestimmen, mit der der Bogen bei gegebener EMK. E und gegebenem Vorschaltwiderstande R brennt (Abb. 1): Man trägt sich auf der Spannungsachse die Spannung E auf und zieht im Endpunkte A die Widerstandslinie AB mit einem Neigungswinkel $\alpha = \text{arc tg } R$ gegen die Stromachse; ihr Schnittpunkt P mit der Charakteristik bestimmt die gesuchten Werte i_0 und e_0 des Stroms und der Bogenspannung. Um die Richtigkeit dieser Konstruktion einzusehen, erinnere man sich nur an die Beziehung $E = i_0 R + e_0$.

Die in Abb. 1 gezeichnete Charakteristik, deren Form für den Lichtbogen typisch ist, ergibt nun noch einen zweiten Schnittpunkt mit derselben Widerstandslinie, so daß es aussieht, als ob derselbe Bogen unter denselben Verhältnissen in zwei verschiedenen Zuständen vorkommen könnte. Der Versuch, den durch den Punkt P_2 bestimmten Zustand experimentell zu realisieren, mißlingt; der Bogen brennt nur in dem Zustand, der dem Punkt P entspricht. Der Grund ist, wie Kaufmann[1]) gezeigt hat, daß sich der Bogen nur in P unter stabilen Bedingungen befindet. Was hierunter zu verstehen ist, geht am besten aus einer kurzen Wiedergabe der von Kaufmann angestellten Betrachtungen hervor, die für dergleichen Fälle typisch sind.

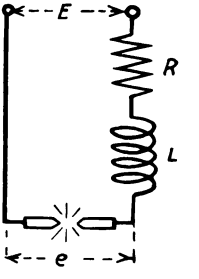


Abb. 2a.

L sei die Selbstinduktivität des Stromkreises, der die Spannung E, den Bogen und den Widerstand R enthält (Abb. 2a), und es gilt

$$E = i_0 R + e_0.$$

Weicht wegen irgendeines Zufalls zur Zeit t der Strom um den sehr kleinen Betrag i' von seinem Sollwerte i_0 ab, ebenso die Spannung um die sehr kleine Größe e' von e_0, so gilt

$$E = (i_0 + i') R + e_0 + e' + L \frac{d(i_0 + i')}{dt}.$$

1) W. Kaufmann, Ann. d. Phys. (4) Bd. 2, S. 158, 1900.

Digitized by Google

Da i_0 nicht von der Zeit abhängt, so folgt aus dieser Gleichung und aus der vorhergehenden

$$Ri' + L\frac{di'}{dt} + e' = 0.$$

Da es sich um sehr kleine Größen e' und i' handelt, so ist außerdem

$$e' = \left(\frac{\partial e}{\partial i}\right)_P \cdot i' = ki',$$

wo also k den Anstieg der Charakteristik im Punkte P bedeutet. Setzt man aus dieser Gleichung für e' seinen Wert in die vorletzte ein und integriert diese, so erhält man

$$i' = \text{const } \varepsilon^{-\frac{R+k}{L}t}$$

(ε die Basis der natürlichen Logarithmen).

Man erkennt, daß kleine zufällige Abweichungen i' nur dann im Laufe der Zeit verschwinden, wenn $R + k$ einen positiven Wert hat:

$$R + \left(\frac{\partial e}{\partial i}\right)_P > 0. \qquad (1)$$

Diese Bedingung ist in P_2 verletzt; der Zustand des Bogens ist also in diesem Punkte notwendig labil; denn die geringste zufällige Störung würde dort andauernd wachsen müssen, bis der Bogen entweder erlischt oder in den stabilen Punkt P übergeht.

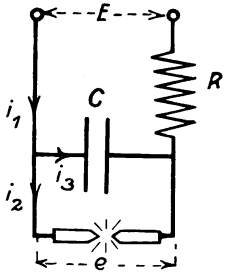


Abb. 2b.

Die Stabilitätsbedingung (1) ist unabhängig vom Betrag der Selbstinduktivität L des Stromkreises. Man hat daher geschlossen, daß sie auch für einen induktionsfreien Stromkreis gelten müsse. Wir werden sehen, daß das in der Tat der Fall ist; die Schlußweise ist aber nicht ganz einwandfrei und kann mitunter, wie im folgenden Beispiel, zu Irrtümern führen. Hier sei der Stromkreis induktionsfrei, und dem Bogen parallel sei eine Kapazität C geschaltet (Abb. 2b). Im stationären Zustand ist

$$i_1 = i_2 = i_0; \qquad i_3 = 0; \qquad e = e_0 \qquad \text{und}$$
$$E = i_0 R + e_0$$

Um die Stabilität zu untersuchen, nehmen wir kleine Abweichungen der drei Ströme i_1, i_2, i_3 um i', i'', i''' von ihren

Digitized by Google

stationären Werten an und sehen zu, wie sich diese kleinen Abweichungen im Laufe der Zeit ändern. Es ist also:

$$i_1 = i_0 + i', \qquad i_2 = i_0 + i'', \qquad i_3 = i''',$$
$$i' = i'' + i'''. \tag{a}$$

Ferner

$$e = e_0 + \frac{\partial e}{\partial i} i'''$$

$$i''' = C \frac{de}{dt} = C \frac{\partial e}{\partial i} \frac{di'''}{dt} \tag{b}$$

und

$$E = e_0 + \frac{\partial e}{\partial i} i'' + (i_0 + i') R$$

oder

$$0 = \frac{\partial e}{\partial i} i'' + i' R. \tag{c}$$

Die drei Gleichungen (a), (b), (c) reichen zur Bestimmung der Abhängigkeit der drei Ströme i', i'', i''' von der Zeit aus. Man erhält für jeden von ihnen durch einfache Elimination die Differentialgleichung

$$\frac{di}{dt} + \frac{R + \frac{\partial e}{\partial i}}{R C \frac{\partial e}{\partial i}} i = 0.$$

Das heißt, daß i dem Zeitgesetze folgt

$$i = \text{const } \varepsilon^{-\alpha t}$$

mit

$$\alpha = \frac{R + \frac{\partial e}{\partial i}}{R C \frac{\partial e}{\partial i}}$$

Der Bogen brennt nur dann stabil, wenn die Abweichungen i im Laufe der Zeit verschwinden, das heißt, wenn α positiv ist. Beim Bogen ist $\frac{\partial e}{\partial i}$ negativ; damit α positiv sei, muß demnach gelten

$$R + \frac{\partial e}{\partial i} < 0. \tag{2}$$

Auch diese Stabilitätsbedingung ist von dem Betrage von C un-

Digitized by Google

abhängig; der Grenzübergang $C = 0$ führt aber hier nicht zu der Stabilitätsbedingung für einen Bogen mit einfachem induktionsfreien Vorschaltwiderstand.

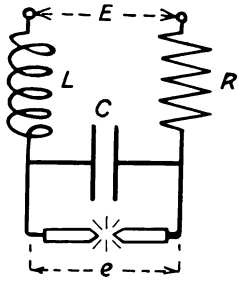


Abb. 2c.

Die Schaltung nach Abb. 2c endlich ergibt zwei gleichzeitig zu erfüllende Bedingungen, nämlich

$$\left.\begin{aligned} R + \frac{\partial e}{\partial i} > 0 \\ RC\frac{\partial e}{\partial i} + L > 0 \end{aligned}\right\}, \tag{3}$$

was man durch analoge Betrachtungen leicht erhält. Hier führt der Grenzübergang für verschwindend kleines L nicht etwa auf die der Schaltung (2b) entsprechende Bedingung, sondern auf die Bedingung

$$RC\frac{\partial e}{\partial i} > 0,$$

die überhaupt nicht zu erfüllen ist, wenn $\frac{\partial e}{\partial i}$ negativ ist.

In allen Fällen, in denen Selbstinduktivitäten und Kapazitäten sich im Stromkreis befinden, lassen sich ähnliche Betrachtungen durchführen; sie bestehen im wesentlichen in der Aufstellung der Differentialgleichungen für die angenommenen zufälligen Abweichungen der Ströme von ihren stationären Werten und der Integration jener Gleichungen. Das Verfahren versagt aber, wenn es sich um induktions- und kapazitätsfreie Stromkreise handelt; hier erhält man keine Differentialgleichungen. Die für induktive oder kapazitätsbehaftete Kreise erhaltenen Ergebnisse aber auf induktions- und kapazitätsfreie Kreise zu übertragen, erscheint nach dem vorhin Bemerkten bedenklich. Wir wollen daher für diesen Fall ein besonderes Verfahren zur Untersuchung der Stabilität entwickeln.

Der Bogen befinde sich in beliebiger Schaltung mit konstanten Widerständen $R_1, R_2, \ldots R_n$, und das Ganze liege an einer Stromquelle von der Spannung E. Ist e_0 die Spannung am Bogen und i_0 der Bogenstrom, so gilt also

$$i_0 = F\,(E,\ e_0,\ R_1,\ R_2,\ \ldots\ R_n), \tag{4}$$

wo F ein Funktionszeichen bedeutet. Nun soll ein Zufall eine

Digitized by Google

sehr kleine Zunahme i_1 des Stroms verursachen; diese hat dann eine Änderung der Bogenspannung vom Betrag

$$e_1 = \frac{\partial e}{\partial i} \cdot i_1$$

zur Folge. Nach Gl. (4) ruft diese Änderung der Bogenspannung eine zweite Stromänderung i_2 hervor, vom Betrage

$$i_2 = \frac{\partial F}{\partial e} \cdot e_1 = \frac{\partial F}{\partial e} \cdot \frac{\partial e}{\partial i} i_1.$$

Der Stromzuwachs i_2 verursacht nun seinerseits eine zweite Spannungsänderung am Bogen, und diese weiterhin eine dritte Stromänderung i_3, die sich aus i_2 genau so berechnet, wie i_2 aus i_1, nämlich

$$i_3 = \frac{\partial F}{\partial e} \cdot \frac{\partial e}{\partial i} i_2 = \left(\frac{\partial F}{\partial e} \cdot \frac{\partial e}{\partial i}\right)^2 i_1.$$

So ist eine unendliche Reihe von Stromänderungen

$$i_2, i_3, i_4, \ldots . i_n, \ldots .$$

die Folge jener ersten zufälligen Änderung i_1; und es gilt allgemein

$$i_n = i_1 \cdot \left(\frac{\partial F}{\partial e} \cdot \frac{\partial e}{\partial i}\right)^{n-1}.$$

Die i_n bilden demnach eine geometrische Reihe mit dem Quotienten $\frac{\partial F}{\partial e} \cdot \frac{\partial e}{\partial i}$; der Bogen brennt nur dann stabil, wenn die gesamte Stromänderung, also die Summe unserer geometrischen Reihe, in der Größenordnung der ursprünglichen Änderung i_1 bleibt. Das ist der Fall, wenn die Reihe konvergiert, d. h. für

$$\frac{\partial F}{\partial e} \cdot \frac{\partial e}{\partial i} < 1. \qquad (5)$$

Wir wollen diese allgemeine Stabilitätsbedingung auf den Fall anwenden, daß der Bogen einfach unter Vorschaltung eines Widerstands R an einer Spannung E liegt. Dann ist

$$i = \frac{E - e}{R}$$

und daher $\frac{\partial F}{\partial e} = -\frac{1}{R}$.

Somit lautet hier die Stabilitätsbedingung (5)

Digitized by Google

$$-\frac{1}{R}\frac{\partial e}{\partial i} < 1,$$

oder

$$R + \frac{\partial e}{\partial i} > 0.$$

Das ist in der Tat dieselbe Bedingung (Gl. 1), wie wenn der Stromkreis noch Selbstinduktivität enthält. Sie ist durch Kaufmann [1]) experimentell bestätigt worden.

Das hier angewandte Verfahren zur Untersuchung der elektrodynamischen Stabilität läßt sich leicht auf den Fall übertragen, daß der Strom i nicht einen, sondern eine ganze Reihe von Bögen oder ähnlichen veränderlichen Widerständen durchfließt; wir wollen indes hier nicht darauf eingehen, da es nicht zu unserem eigentlichen Thema gehört. Dagegen sind an die Abb. 1 hier noch folgende Betrachtungen anzuschließen. Vergrößert man den Widerstand R, so verläuft bei sonst gleichen Verhältnissen die Widerstandslinie AB immer steiler; schließlich gelangt sie in die Lage AC, wo sie die Charakteristik im Punkt P_0 berührt. Dort ist gerade $R + \frac{\partial e}{\partial i} = 0$. Vergrößert man R noch weiter, so erhält man keinen Schnittpunkt mehr; der Bogen erlischt. Um die oberhalb P_0 liegenden Punkte der Charakteristik etwa experimentell zu verifizieren, muß man also eine höhere EMK. E anwenden.

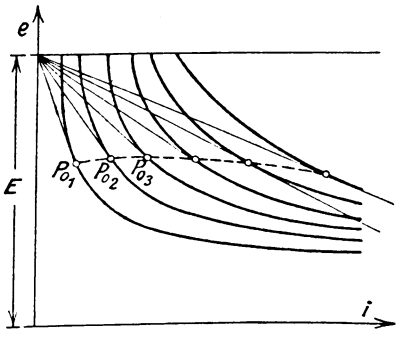


Abb. 3.

Zeichnet man sich eine Schar von Charakteristiken (die verschiedenen Bogenlängen entsprechen) und konstruiert für einen festen Wert von E für jede den Grenzpunkt P_0 (Abb. 3), so bildet die Aufeinanderfolge der P_0 (P_{01}, P_{02}, ...) die Grenzkurve für das Gebiet der e-, i-Werte sämtlicher Bögen, die sich bei der gegebenen elektromotorischen Kraft überhaupt experimentell herstellen lassen.

1) W. Kaufmann, a. a. O.

Digitized by Google

Nach den Messungen von Frau Ayrton[1]) am Kohlebogen in Luft, die von Simon und Malcolm[2]) auch auf andere Elektrodenmaterialien und andere Gase ausgedehnt worden sind, befolgt die Charakteristik eines Gleichstrombogens sehr angenähert das Gesetz

$$e = a + \frac{b}{i}, \tag{6}$$

wobei allerdings sehr kleine Werte von i ausgeschlossen sind. Die Charakteristik ist also eine fallende. Für die Umgebung $(e_0 + e', i_0 + i')$ eines Punktes $(e_0\, i_0)$ darf man (6) ersetzen durch

$$e = e_0 + e' = e_0 + ki' \tag{6a}$$

mit

$$k = \left(\frac{\partial e}{\partial i}\right)_{e_0,\, i_0} = -\frac{b}{{i_0}^2}.$$

Da k negativ ist, so kann man (6a) auch so interpretieren, daß sich der Bogen kleinen übergelagerten Stromschwankungen i' gegenüber so verhält, wie eine Stromquelle mit der EMK. e_0 und einen negativen innern Widerstand k.

§ 3. Betrachtung kleiner Schwingungen.

Wir wollen jetzt die im vorigen Paragraphen entwickelte Betrachtungsweise auf einen Stromkreis anwenden, wie er bei den Duddellschen Versuchen benutzt wird (Abb. 4), wo also dem Bogen parallel eine Selbstinduktivität l in Reihe mit einer Kapazität C geschaltet ist und w den Widerstand dieses Parallelkreises bedeutet. Wir nehmen der Einfachheit wegen an, daß der von der Stromquelle gelieferte Strom i_0 durch genügend großen Widerstand R merklich konstant gehalten werde, auch wenn die Bogenspannung etwa infolge von Schwingungen schwanken sollte. Sind keine Schwingungen vorhanden, so sei die Spannung am Bogen mit e_0 bezeichnet, und der Punkt (e_0, i_0) sei ein im Sinne der Gl. (1) (S. 6)

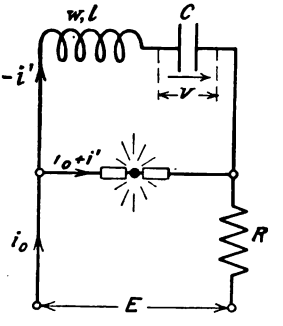


Abb. 4.

1) The Electric arc, London.
2) Phys. Zeitschr. 8, 471, 1907.

Digitized by Google

stabiler; durch den Kondensatorkreis fließt kein Strom. Wir fragen nun, was geschieht weiter, wenn der Bogenstrom in irgendeinem Moment um den kleinen Betrag i' von seinem stationären Werte i_0 zufällig abweicht. Dann erleidet die Bogenspannung e_0 einen kleinen Zuwachs

$$e' = i' \left(\frac{\partial e}{\partial i}\right)_0 = k i' \tag{a}$$

Der Strom im Kondensatorkreise ist $-i'$; bedeutet V die Spannung am Kondensator, so gilt

$$-i' = C \frac{dV}{dt}$$

$$e_0 + e' = -i' w - l \frac{di'}{dt} + V,$$

woraus

$$\frac{d^2 i'}{dt^2} + \frac{w + k}{l} \frac{di'}{dt} + \frac{i'}{lC} = 0.$$

i' läßt sich also in der Form darstellen

$$i' = a \varepsilon^{-\alpha t} \sin(\omega t + \varphi) \tag{b}$$

$$\text{mit } \alpha = \frac{w + k}{2l} \text{ und } \omega = \sqrt{\frac{1}{lC} - \alpha^2}. \tag{c}$$

Die Amplitude a und die Phase φ sind aus den Anfangsbedingungen zu ermitteln und interessieren hier weiter nicht. Man entnimmt der Gl. (b), daß i' nach Art einer gedämpften Pendelschwingung im Laufe der Zeit verschwindet, wenn α positiv ist, d. h. nach (c) und (a), wenn

$$w + \left(\frac{\partial e}{\partial i}\right)_0 > 0 \tag{8}$$

ist. Die Schwingung des Kondensatorkreises wird zu einer kontinuierlichen, sobald $\alpha = 0$, d. h.

$$k \equiv \left(\frac{\partial e}{\partial i}\right)_0 = -w \tag{9}$$

ist. In Worten: Die Charakteristik muß fallen, der Betrag des Gefälls muß gleich dem Ohmschen Widerstand des Schwingungskreises sein. Ist das Gefälle noch größer, so verstärkt sich die Schwingung (α negativ); wieweit diese Verstärkung geht, können wir auf Grund der bisherigen Betrachtungen

Digitized by Google

nicht voraussagen, da unsere Gl. (a) nur in der unmittelbaren Umgebung des stationären Punkts (e_0, i_0) richtig ist. Immerhin wird durch diese einfache elektrodynamische Überlegung dargetan, daß Schwingungen möglich sind, wenn die Charakteristik fällt; zugleich wird eine untere Grenze für dieses Gefälle abgeleitet. Es sei noch darauf hingewiesen, daß aus unseren Betrachtungen für die Frequenz der stationären Schwingungen ($\alpha = 0$) die Beziehung folgt

$$n = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\sqrt{lC}} \tag{9a}$$

Sie ist also genau gleich der Eigenschwingungszahl eines verlustfreien Kondensatorkreises mit den Konstanten l und C. Die beobachteten Werte von n sind nur annähernd von dieser Größenordnung; im allgemeinen sind sie kleiner; darauf soll später noch eingegangen werden.

Die hier angestellten Betrachtungen fußen im wesentlichen auf der Anwendbarkeit der Gl. (a). Sie gelten also für sog. kleine Schwingungen. Dabei braucht sich k nicht notwendig auf die Gleichstromcharakteristik zu beziehen, sondern es kann die Schwingung auf einer anderen, einer sog. dynamischen Charakteristik verlaufen. Man könnte daran denken, mit Hilfe kleiner kontinuierlicher Schwingungen auf Grund der Gl. (9) den Wert von k als Funktion der Frequenz experimentell zu bestimmen. Aber diese Betrachtung würde sich immer noch auf die Gl. (a) stützen, die Phasengleichheit zwischen e' und i' voraussetzt, was, wie wir später sehen werden, nur bei geringer Frequenz annähernd richtig ist.

Will man auf dem bisher beschrittenen Wege die Schwingungen großer Amplitude untersuchen, fragt man insbesondere nach den Entstehungsbedingungen für die in § 1 beschriebenen verschiedenen Formen, so gerät man bald sehr ins Ungewisse, da es kaum etwas Veränderlicheres und Komplizierteres zu geben scheint, wie die Lichtbogencharakteristik bei Schwingungen. Dennoch herrschen hier, wie Simon[1]) gezeigt hat, einfache Gesetze. Um sie zu verstehen, müssen wir zunächst das Lichtbogenphänomen vom Standpunkt der Ionentheorie betrachten.

---

1) Siehe § 5.

Digitized by Google

§ 4. Die Ionentheorie des Lichtbogens.

Nach der Ionentheorie ist die Leitung der Elektrizität im Bogen, wie in allen Gasstrecken, eine rein konvektive. Träger der Ladungen sind die positiven und negativen Ionen, die im elektrischen Felde zwischen den Elektroden wandern. Über den Mechanismus des Bogenphänomens machen wir uns nach dem Vorgange von J. J. Thomson [1]) und J. Stark [2]) folgende Vorstellung. Wir knüpfen dabei an die experimentell gefundenen Tatsachen an:

1. Die notwendige Bedingung für die Möglichkeit einer Entladung in Bogenform ist die Existenz eines, wenn auch noch so kleinen, weißglühenden negativen Kraters. Von einer negativen Elektrode aus Schwefelsäure läßt sich z. B. aus diesem Grunde kein Bogen ziehen.

2. Der negative Krater strahlt, wie alle weißglühenden Körper, negative Elektronen aus; um so lebhafter, je höher seine Temperatur ist (glühelektrisches Phänomen), nach dem Gesetze [3])

$$a\sqrt{T}\,\varepsilon^{-\frac{b}{T}}$$

(a, b Konstanten).

3. Beim stationär brennenden Bogen besteht in der Schicht unmittelbar vor jeder Elektrode ein größerer Spannungsabfall (Anoden- und Kathodenfall); im übrigen Teil der Gasstrecke ist das Spannungsgefälle viel kleiner und ist linear verteilt.

Dementsprechend werden die vom negativen Krater ausgestrahlten Elektronen beim Durchlaufen des Kathodenfalls so viel kinetische Energie gewinnen, daß sie vom Ende dieser Grenzschicht ab durch Stoß neutrale Moleküle des Gases oder Elektrodendampfs ionisieren können. Die erzeugten positiven Ionen diffundieren, dem elektrischen Feld folgend, zur Kathode. Beim freien Durchlaufen des Kathodenfalls gewinnen sie einen gewissen Betrag an kinetischer Energie, der beim Aufprallen dieser Ionen auf die Kathode sich vorzugsweise in Wärme verwandelt und so die Kathode auf ihrer hohen Temperatur erhält. Die negativen

---

1) J. J. Thomson, „Elektrizitätsdurchgang in Gasen", 1903; übersetzt von E. Marx, Leipzig 1906.

2) J. Stark, Ann. Phys. (4) Bd. 12, S. 673, 1903 und Bd. 18, S. 213, 1905; Stark u. Cassuto, Phys. Zeitschr. Bd. 5, S. 264, 1905.

3) Richardson, Proc. Camb. Phil. Soc. **11**, 286, 1902.

Digitized by Google

Ionen diffundieren nach der Anode hin; die von ihnen beim Durchlaufen des Anodenfalls erlangte kinetische Energie bewirkt teils eine Erwärmung der Anode, teils eine Ionisation durch Stoß in der Grenzschicht Gas-Metall. An der Kathode findet eine solche Stoßionisation nicht in merklichem Maße statt, weil der Kathodenfall zu klein ist, um die große Masse der positiven Ionen genügend zu beschleunigen. Das ist aber auch nicht nötig, da die erforderliche Zahl negativer Ionen eben durch den weißglühenden Kathodenkrater schon geliefert wird. Der positive Krater ist eine sekundäre Erscheinung, die für das Bestehen des Bogens nicht wesentlich ist, und die das Phänomen noch etwas kompliziert, worauf hier nicht näher eingegangen werden soll.

Verhindert man das Auftreten des negativen Kraters, so kann eine Entladung nur dadurch zustande kommen, daß auch an der Kathodengrenzschicht eine ähnliche Ionisierung durch Stoß erfolgt, wie an der Anode. Dazu ist ein beträchtlicher Kathodenfall nötig. Nun können beide Elektroden relativ kalt bleiben; an der Entladung sind nur die Ionen des Gases beteiligt, was sich auch an der Farbenänderung (Gasspektrum) zeigt; diese Art der Entladung ist als Glimmstrom bekannt und von der Bogenentladung wesentlich verschieden.

Eine vollständige mathematische Theorie dieser Erscheinungen läßt sich zurzeit nicht geben; dazu reicht unsere Kenntnis der physikalischen Gesetze nicht aus, nach denen sich alle diese Erscheinungen vollziehen. Immerhin lassen sich einige allgemeine Betrachtungen anstellen, die geeignet sind, weiteres Licht auf den verwickelten Mechanismus zu werfen. Wir idealisieren und vereinfachen das Problem zunächst dadurch, daß wir den Zustand der zwischen zwei parallelen Platten übergehenden Entladung nur vom Abstand x von der positiven Platte abhängen lassen. Wir verzichten also auf die Einsicht in die Verteilung des Zustands über den Bogenquerschnitt. Es bezeichne

$\mathfrak{E}$ die elektrische Feldstärke; sie hat die Richtung von x;

n_1, n_2 die Zahl der positiven und negativen Ionen in der Volumeinheit an der Stelle x zur Zeit t;

β die Zahl der ebendort in der Zeiteinheit ionisierten Moleküle;

u_1, u_2 die Ionenbeweglichkeiten (Geschwindigkeit der positiven und negativen Ionen im Feld eins);

e die Ladung eines Ions;

i die Stromdichte;

Digitized by Google

$\alpha\, n_1\, n_2$ die Zahl der Ionen einer Art, die in der Volumeinheit und in der Zeiteinheit durch Wiedervereinigung mit einer gleichen Zahl von Ionen der anderen Art verschwinden.

Das Gesetz „die Divergenz der elektrischen Feldstärke ist gleich der 4π-fachen elektrischen Raumdichte“ ergibt hier

$$\frac{\partial \mathfrak{E}}{\partial x} = 4\pi e\,(n_1 - n_2). \tag{10}$$

Der Strom soll ein rein konvektiver sein. Nun ist die Geschwindigkeit der positiven Ionen im Felde $\mathfrak{E}$ gleich $u_1 \mathfrak{E}$ und der x-Richtung parallel; die der negativen Ionen ist $u_2 \mathfrak{E}$ und entgegengesetzt gerichtet. Die Sromdichte ist demnach

$$\mathfrak{i} = e\mathfrak{E}(n_1 u_1 + n_2 u_2).$$

Bei zeitlich veränderlichem Zustande tritt noch die Dichte des Verschiebungsstroms $\frac{1}{4\pi}\frac{\partial \mathfrak{E}}{\partial t}$ hinzu; daher ist die wahre Stromdichte

$$\mathfrak{i} = e\mathfrak{E}(n_1 u_1 + n_2 u_2) + \frac{1}{4\pi}\frac{\partial \mathfrak{E}}{\partial t}. \tag{11}$$

Eine dritte Gleichung sagt aus: Die Zunahme der Zahl der positiven Ionen in der Volumeinheit $\frac{\partial n_1}{\partial t}$ ist gleich der Zahl der in dem Volumen neu entstehenden Ionen β, vermehrt um den Überschuß der einwandernden Ionen über die auswandernden $-\frac{\partial}{\partial x}\left(n_1 u_1 \mathfrak{E}\right)$, vermindert um die Zahl der Ionen, die sich neutralisieren $\alpha n_1 n_2$.

$$\frac{\partial n_1}{\partial t} = \beta - \alpha n_1 n_2 - \frac{\partial}{\partial x}\left(n_1 u_1 \mathfrak{E}\right). \tag{12}$$

Die entsprechende Gleichung für die negativen Ionen lautet:

$$\frac{\partial n_2}{\partial t} = \beta - \alpha n_1 n_2 + \frac{\partial}{\partial x}\left(n_2 u_2 \mathfrak{E}\right). \tag{13}$$

Man überzeugt sich leicht davon, daß auf Grund der Gl. (10) bis (13) der Bedingung

$$\operatorname{div} \mathfrak{i} = \frac{\partial \mathfrak{i}}{\partial x} = 0$$

genügt ist, die eine Grundforderung aller modernen elektromagnetischen Theorien ist.

Digitized by Google

Über die Größe β wissen wir heute noch recht wenig; sie ist jedenfalls bei der Ionisierung durch Stoß von $\mathfrak{E}$ und den n_1, n_2 abhängig. Zur vollständigen Bestimmtheit des physikalischen Problems gehört noch die Angabe der Nebenbedingungen. Beim Bogen kann man z. B. davon ausgehen, daß von der Flächeneinheit der Kathode in der Zeiteinheit N_2 negative Elektronen in die Gassäule eintreten; dann gilt:

$$[n_2 u_2 \mathfrak{E}]_{\text{Kathode}} = N_2. \tag{14}$$

Über die Größe N_2 wissen wir kaum mehr, als ihre Abhängigkeit von der Kathodentemperatur nach dem Richardsonschen Gesetze, und daß sie vom Kathodenmaterial abhängt. Für die Grenzbedingung an der Anode könnte man eine entsprechende Beziehung aufstellen, wenn man annimmt, daß die glühende Anode positive Ionen abgibt. Tritt das nicht ein, so ist einfach

$$[n_1]_{\text{Anode}} = 0. \tag{15}$$

Ein wichtiges Problem ist die Bestimmung der Verteilung von $\mathfrak{E}$, n_1, n_2 unter der Annahme, daß i nach einem einfach harmonischen Gesetze von der Zeit abhängt. Die Lösung dürfte aber wegen des nichtlinearen Baus des Systems (10) bis (13) an mathematischen Schwierigkeiten selbst dann noch scheitern, wenn es gelänge, alle physikalischen Bedingungen des Problems in analytischer Form anzugeben. Etwas aussichtsreicher ist das Problem der Verteilung im stationären Zustande; in ihm ist

$$\frac{\partial}{\partial t} = 0; \quad \frac{\partial}{\partial x} = \frac{d}{dx}$$

zu setzen. Also

$$\frac{d\mathfrak{E}}{dx} = 4\pi e (n_1 - n_2) \tag{10a}$$

$$\mathfrak{i} = e\mathfrak{E}(n_1 u_1 + n_2 u_2) \tag{11a}$$

$$\frac{d}{dx}(n_1 u_1 \mathfrak{E}) = \beta - \alpha n_1 n_2 \tag{12a}$$

$$-\frac{d}{dx}(n_2 u_2 \mathfrak{E}) = \beta - \alpha n_1 n_2. \tag{13a}$$

Am einfachsten ist es, i als gegeben zu betrachten; gesucht sind dann die Ortsfunktionen $\mathfrak{E}$, n_1, n_2. Eine spezielle Lösung des Systems (10a) bis (13a) können wir sofort angeben; es ist diejenige, die den Zustand in der Gassäule beschreibt, wo konstantes Spannungsgefälle herrscht:

Digitized by Google

$$\frac{d\mathfrak{E}}{dx} = 0; \quad \frac{d^2\mathfrak{E}}{dx^2} = 0, \quad \ldots .$$

Hiermit ergibt sich aus (10a)

$$n_1 = n_2 = n \tag{16}$$

und dann aus (12a)

$$n = \sqrt{\frac{\beta}{\alpha}}. \tag{17}$$

Schließlich folgt aus (11a)

$$\mathfrak{E} = \frac{i}{e(u_1 + u_2)} \sqrt{\frac{\alpha}{\beta}}. \tag{18}$$

In der Nähe der Elektroden gilt diese Lösung nicht; denn sie widerspricht (Gl. 16, 17) den Grenzbedingungen (Gl. 14, 15). Diese verursachen in der Nähe der Elektroden den schnellen Anstieg der Feldstärke, wie er sich dort auch in dem größeren Spannungsabfall kundgibt. Will man das Problem weiter verfolgen, so muß man einen Ansatz für β einführen, wobei heute noch mangels experimenteller Grundlagen der Hypothesenbildung freies Spiel gelassen ist. Wir wollen hier den Ansatz von Roschansky[1]) erwähnen. Nach ihm ist

$$\left.\begin{aligned} \beta &= \frac{n_2}{r} u_2^2 (\mathfrak{E}^2 - \mathfrak{E}_0^2), \text{ wenn } \mathfrak{E}^2 > \mathfrak{E}_0^2 \\ \beta &= 0 \qquad\qquad\quad , \text{ wenn } \mathfrak{E}^2 < \mathfrak{E}_0^2 \end{aligned}\right\} \tag{19}$$

Ihm liegt die Anschauung zugrunde, daß die Ionisierung der neutralen Moleküle durch den Stoß der negativen Ionen geschieht. Es wird angenommen, daß bis zu einer kritischen Geschwindigkeit $u_2 \mathfrak{E}_0$ der negativen Ionen keine Stoßionisierung stattfindet; daß die Ionisierung einsetzt, sobald diese Grenze überschritten ist, und daß die Zahl der in der Zeiteinheit gespaltenen Moleküle proportional dem Überschuß der mittleren kinetischen Energie der negativen Ionen über den erwähnten kritischen Wert ist.

Hält man sich an die experimentell gefundene Tatsache, daß das Spannungsgefälle in der Lichtbogensäule konstant ist, so trifft Gl. (18) zu, und hieraus folgt, daß β nicht Null sein kann (wenn

1) Vorgetragen im Sommer 1908 im elektrotechnischen Seminar der Göttinger Universität.

Digitized by Google

nicht auch α Null ist), daß demnach die Feldstärke in der Gassäule größer als $\mathfrak{E}_0$ ist. Der Wert dieser Feldstärke ergibt sich so: zunächst folgt aus (19) und (17)

$$n = \frac{u_2^2}{\alpha r}(\mathfrak{E}^2 - \mathfrak{E}_0^2) = \sqrt{\frac{\beta}{\alpha}}. \tag{20a}$$

Hiermit erhält man aus (18) eine Gl. für $\mathfrak{E}$:

$$\mathfrak{E}(\mathfrak{E}^2 - \mathfrak{E}_0^2) = \frac{i\alpha r}{e(u_1 + u_2)u_2^2}, \tag{20b}$$

eine Beziehung, die Roschansky auf einem andern Wege abgeleitet hat. Wie schon erwähnt, gilt diese Lösung in der Nähe der Elektroden nicht. Dort wächst $\mathfrak{E}$ beträchtlich an; es wird interessant sein zu zeigen, wie es aus unsern Gleichungen herauskommt, daß die an den Elektroden gültige Lösung schließlich doch in den durch (20a) und (20b) dargestellten singulären Fall übergeht. Um das Wesentliche zu erkennen, genügt es, den einfachen Fall zu betrachten, in dem $\alpha = 0$ angenommen ist. Dann wird natürlich in der Gassäule, nach (20a) auch $\beta = 0$, d. h.

$$\mathfrak{E} = \mathfrak{E}_0. \tag{20c}$$

Zur Berechnung des Feldes an den Elektroden eliminieren wir in (10a) bis (13a) n_1 und n_2, nachdem wir zuvor $\alpha = 0$ und für β den Ausdruck (19) gesetzt haben, und erhalten für $\mathfrak{E}$ die Differentialgleichung

$$\frac{d^2\mathfrak{E}^2}{dx^2} = \frac{u_2}{r}\left(\frac{8\pi i}{u_1} - \frac{d\mathfrak{E}^2}{dx}\right)\frac{\mathfrak{E}^2 - \mathfrak{E}_0^2}{\mathfrak{E}} \tag{21}$$

oder, wenn wir der Kürze wegen

$$\mathfrak{E}^2 = y, \quad \frac{d\mathfrak{E}^2}{dx} = z \quad \text{setzen,}$$

$$z\frac{dz}{dy} = \frac{u_2}{r}\left(\frac{8\pi i}{u_1} - z\right)\frac{y - y_0}{\sqrt{y}}. \tag{21a}$$

Hier lassen sich die Variabeln separieren und die Integration durchführen; man erhält

$$-z - \frac{8\pi i}{u_1}\log\left(1 - \frac{u_1}{8\pi i}z\right) = \frac{2}{3}\frac{u_2}{r}\sqrt{y}\,(y - 3y_0) + C.$$

C muß so bestimmt werden, daß für $\mathfrak{E} = \mathfrak{E}_0$, d. h. für $y = y_0$, die Feldstärke konstant, also $z = 0$ wird. Also

Digitized by Google

$$0 = \frac{2}{3}\frac{u_2}{r}\mathfrak{E}_0(\mathfrak{E}_0^2 - 3\mathfrak{E}_0^2) + C.$$

Setzt man den hieraus folgenden Wert von C in die vorige Gleichung ein, so erhält man

$$-z - \frac{8\pi i}{u_1}\log\left(1 - \frac{u_1}{8\pi i}z\right) = \frac{2}{3}\frac{u_2}{r}(\mathfrak{E} - \mathfrak{E}_0)^2(\mathfrak{E} + 2\mathfrak{E}_0). \quad (22)$$

Wenn wir erfahren wollen, wie das konstante Spannungsgefälle ($z = 0$) in das rasch ansteigende Gefälle in der Nähe der Elektroden übergeht, müssen wir den Verlauf des Integrals (22) in der Umgebung des Punktes $z = 0$ studieren. Zu dem Ende entwickeln wir die linke Seite nach Potenzen von z und erhalten

$$\frac{1}{2}\frac{u_1}{8\pi i}z^2 + \frac{1}{3}\left(\frac{u_1}{8\pi i}\right)^2 z^3 + \cdots = \frac{2}{3}\frac{u_2}{r}(\mathfrak{E} - \mathfrak{E}_0)^2(\mathfrak{E} + 2\mathfrak{E}_0).$$

Man erkennt hieraus, daß z als Funktion von $\mathfrak{E}$ bei $\mathfrak{E} = \mathfrak{E}_0$ einen singulären Punkt, nämlich eine algebraische Verzweigungsstelle zweiten Grades hat. z ist also eine zweiwertige Funktion von $\mathfrak{E}$, und in $\mathfrak{E} = \mathfrak{E}_0$ gehen die beiden Äste dieser Funktion ineinander über. Für genügend kleine z werden sie durch den doppelwertigen Ausdruck dargestellt

$$z = \pm(\mathfrak{E} - \mathfrak{E}_0)\sqrt{\frac{32}{3}\frac{\pi i u_2}{r u_1}(\mathfrak{E} + 2\mathfrak{E}_0)}. \quad (23)$$

Wenn $\mathfrak{E} > \mathfrak{E}_0$, so kann $z = \frac{d\mathfrak{E}^2}{dx}$, also auch $\frac{d\mathfrak{E}}{dx}$ positiv oder negativ sein. Der eine Fall entspricht dem Feld an der Kathode, der andere dem an der Anode. Wie weit die Feldstärke an den Elektroden ansteigt, hängt von den Grenzbedingungen ab; ein Bild davon, in welcher Weise diese das Feld an den Elektroden modifizieren, gibt uns die folgende einfache Betrachtung.

Aus den Grundgleichungen (10a) und (11a) ergeben sich die Ionendichten zu

$$\begin{aligned} n_1 &= \frac{1}{e(u_1 + u_2)}\left\{\frac{i}{\mathfrak{E}} + \frac{u_2}{4\pi}\frac{d\mathfrak{E}}{dx}\right\} \\ n_2 &= \frac{1}{e(u_1 + u_2)}\left\{\frac{i}{\mathfrak{E}} - \frac{u_1}{4\pi}\frac{d\mathfrak{E}}{dx}\right\} \end{aligned} \quad (24)$$

In der Gassäule ist $\frac{d\mathfrak{E}}{dx} = 0$, und man erhält

Digitized by Google

$$n_1 = n_2 = n = \frac{1}{e(u_1 + u_2)} \frac{\mathfrak{i}}{\mathfrak{E}}, \tag{25}$$

was wir auch aus (17) und (18) hätten folgern können. Sollte die durch (25) gegebene Ionenverteilung auch dicht an den Elektroden gelten, so müßte die Flächeneinheit der Anode in der Zeiteinheit genau so viele positive Ionen N_1 liefern, als durch eine unmittelbar vor der Anode gelegene Flächeneinheit in der Zeiteinheit infolge der Wirkung des elektrischen Feldes fortwandern. Diese Zahl wäre $\mathfrak{E}_0 u_1 n$

$$N_1 = \mathfrak{E}_0 u_1 n = \frac{\mathfrak{i}}{e} \frac{u_1}{u_1 + u_2}. \tag{26a}$$

Ebenso müßte die von der Flächeneinheit der Kathode in der Zeiteinheit gelieferte Zahl von negativen Ionen sein

$$N_2 = \mathfrak{E}_0 u_2 n = \frac{\mathfrak{i}}{e} \frac{u_2}{u_1 + u_2}. \tag{26b}$$

Unter derartigen Grenzbedingungen gäbe es also weder einen Kathodenfall, noch einen Anodenfall.

Nimmt man aber an, daß die Anode überhaupt keine Ionen liefert, so ist dort (Gl. (15)) $n_1 = 0$. Dann wird nach Gl. (24):

$$\frac{d\mathfrak{E}^2}{dx} = -\frac{8\pi\mathfrak{i}}{u_2}.$$

Es herrscht also ein dieser Gleichung entsprechender Abfall der Feldstärke unmittelbar an der Anode. An der Kathode liegen die Verhältnisse etwas komplizierter, da N_2 einen positiven Wert hat (Gl. (14)):

$$N_2 = \mathfrak{E} u_2 n_2.$$

Hieraus und aus der zweiten Gl. (24) erhält man

$$z = \frac{d\mathfrak{E}^2}{dx} = \frac{8\pi}{u_1}\left\{\mathfrak{i} - eN_2 \frac{u_1 + u_2}{u_2}\right\}.$$

Hätte N_2 gerade den der Gl. (26b) entsprechenden Wert, so wäre $z = 0$, das heißt, es gäbe überhaupt keinen Kathodenfall; die Existenz eines, wenn auch kleinen Kathodenfalls zeigt uns, daß $\frac{d\mathfrak{E}^2}{dx}$ positiv, das heißt, N_2 kleiner als der aus (26b) folgende Wert ist. Dagegen ist die Annahme $N_2 = 0$ ganz unzulässig; denn sie ergibt $z = \frac{8\pi\mathfrak{i}}{u_1}$, wodurch die linke Seite von (22) un-

Digitized by Google

endlich groß wird, was rechts einem unendlich starken Feld $\mathfrak{E}$ entspräche! In der Tat ist für den Lichtbogen das Vorhandensein des negative Elektronen speienden Kraters eine unumgängliche Bedingung.

Die hier angestellten mathematischen Überlegungen beziehen sich nur auf den Gleichstrombogen und noch dazu auf einen sehr idealisierten Fall. Sie sind daher kaum geeignet, als Ausgangspunkt für tiefer gehende Schlüsse über das Lichtbogenphänomen zu dienen. Sie sollten lediglich einen deutlicheren Einblick in den Lichtbogenmechanismus gestatten. Bei dem primitiven Charakter der Rechnung ist es überraschend, daß ihre Ergebnisse die beobachteten Verhältnisse so gut beschreiben.

§ 5. Die Lichtbogentheorie von H. Th. Simon.

a) Allgemeines[1]).

Wie in § 4 hervorgehoben worden ist, spielt der negative Krater beim Bogen eine herrschende Rolle. Die von ihm ausgestrahlten Elektronen bestimmen die Leitfähigkeit der Bogensäule. Die Zahl dieser Elektronen wächst mit der Temperatur und der Fläche des Kraters; nennt man S das Produkt dieser beiden Größen, so ist nach Simon S ein den betreffenden Bogen kennzeichnender Parameter. Der Bogenwiderstand e/i soll eine Funktion von S sein:

$$\frac{e}{i} = \varphi(S). \tag{27}$$

Natürlich hängen die Eigenschaften des Bogens noch von anderen Parametern ab, z. B. von der Bogenlänge, von den physikalischen und chemischen Eigenschaften der Elektroden, von der Art und dem Druck des Gases und dergl. mehr; diese Parameter sind hier als unveränderlich gedacht.

Handelt es sich um einen Gleichstrombogen, so besteht eine dem Werte von S proportionale Abgabe von Wärme an die Umgebung, da vorwiegend Wärmeleitung durch die Elektroden in

1) H. Th. Simon, Phys. Zeitschr. **6**, 297, 1905; E.T.Z. 1905, S. 818, 839. — Jahrbuch der drahtl. Telegraphie Bd. 1, S. 16, 1907.

Digitized by Google

Frage kommt[1]). Diese Abgabe muß durch eine entsprechende elektrische Leistung gedeckt werden, so daß

$$e\,i = WS \tag{28}$$

ist, wo W einen konstanten Proportionalitätsfaktor bedeutet.

Bei veränderlichen Zuständen verändert sich auch der Wärmeinhalt des Lichtbogens und der Umgebung; da der Wärmeinhalt dem Parameter S proportional ist, so lautet die Energiegleichung:

$$e\,i = WS + L\frac{dS}{dt}. \tag{29}$$

Hierin ist L eine weitere, den betreffenden Lichtbogen kennzeichnende Konstante. Sie ist ihrem Wesen nach positiv. Durch die Berücksichtigung des Wärmeaustauschs des Lichtbogens mit der Umgebung erklärt sich das Nachhinken der Leitfähigkeit (Gl. 27) des Bogens hinter der aufgegebenen Leistung $e\,i$, eine Erscheinung, die man nach Simon als „Lichtbogenhysterese" bezeichnet.

Da die Gl. (27) für beliebige Zustände, also auch für den stationären gilt, so läßt sich $\varphi(S)$ aus der experimentell gegebenen statischen Charakteristik ermitteln. Das kann nach Simon graphisch geschehen, denn die Gl. $\varphi(S) = \text{const}$ bedeutet nach (27) im (e-, i-)Diagramm eine durch den Nullpunkt gehende Gerade (Abb. 5). Der zugehörige Wert von S ist dadurch bestimmt, daß in dem Schnittpunkte P dieser Geraden mit der statischen Charakteristik die Gl. (28) gilt:

$$e_0\,i_0 = WS.$$

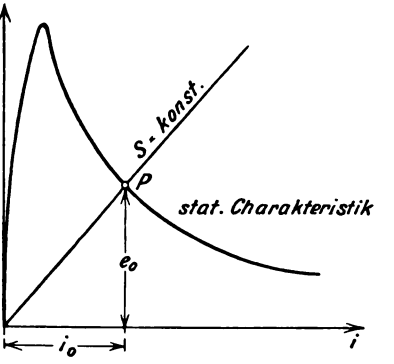


Abb. 5.

Umgekehrt kann auch bei gegebenem S und $\varphi(S)$ der zugehörige Punkt der statischen Charakteristik gefunden werden, indem man die Gerade $\varphi(S) = \text{const}$ mit der gleichseitigen Hyperbel

$$\frac{e\,i}{W} = S = \text{const}$$

zum Schnitt bringt.

1) G. Granqvist, Nova acta reg. soc. sc. Ups. Serie III, 1902.

Digitized by Google

Wie bereits erwähnt, läßt sich die statische Charakteristik für nicht zu kleine Werte von i durch die Gl. (6) darstellen (S. 11):

$$e = a + \frac{b}{i}.$$

Aus dieser Gleichung und den Gl. (27) und (28) kann man $\varphi(S)$ bestimmen, indem man e und i eliminiert; man erhält so den Ausdruck

$$\varphi(S) = \frac{a^2 WS}{(WS - b)^2}. \tag{30}$$

Durch das System der Gl. (27), (29) und (30) ist die Simonsche Theorie des Lichtbogens für beliebig veränderliche Zustände in analytischer Form dargestellt; will man auch kleine Ströme in die Betrachtung einbeziehen, für die die Ayrtonsche Gl. (6) nicht mehr gilt, so tritt an Stelle der Gl. (30) für $\varphi(S)$ eine kompliziertere Funktion, die nach dem angegebenen Verfahren aus der experimentell bestimmbaren statischen Charakteristik zu ermitteln ist [1]). Um für konkrete Fälle die Größen e, i, S und φ als Funktionen der Zeit darstellen zu können, bedarf es noch einer vierten Beziehung; eine solche ergibt sich zwischen e und i jedesmal an Hand des speziellen Schaltungsschemas aus den elektromagnetischen Grundgleichungen in bekannter Weise. Diese Differentialgleichung ist bei konstanten Widerständen, Kapazitäten und Induktivitäten immer linear; die übrigen drei Gleichungen sind es aber leider nicht; es erscheint demnach vorläufig aussichtslos, nach einer exakten allgemeinen Lösung unseres Gleichungssystems zu suchen. Man hat sich daher mit Annäherungen behelfen müssen; auf diesem Wege sind aber sehr bemerkenswerte Erfolge erzielt worden, wie die experimentelle Erfahrung bewiesen hat, und über die im folgenden kurz berichtet werden soll.

Für einen speziellen Fall ist die exakte Lösung des Problems immer leicht zu finden und darum als gegeben anzunehmen, nämlich die Gleichstromlösung $\left(\frac{d}{dt} = 0\right)$. Ist etwa die Schaltung wie in Abb. 4, so ist $i' = 0$, und e_0 und i_0 können bei gegebener statischer Charakteristik nach Abb. 1 konstruiert werden. In entsprechender Weise hätte man bei verwickelteren Schaltungen vorzugehen.

---

1) Man beachte jedoch die Darlegungen in § 6.

Digitized by Google

b) Anwendung auf kleine Schwingungen.

Noch in einem zweiten Falle läßt sich das Lichtbogenproblem auf der Grundlage der Simonschen Gleichungen (27) und (29) exakt behandeln; nämlich, wenn man annimmt, daß sich über den Gleichstromzustand ein Wechselstromvorgang von sehr kleiner Amplitude überlagert, so daß die Abweichungen vom Gleichstromzustand stets sehr klein bleiben. Man betrachtet dann die Gleichstromgrößen als Parameter, die kleinen Wechselstromgrößen als abhängige Veränderliche und vernachlässigt Quadrate und Produkte dieser letzteren als kleine Größen von höherer Ordnung. Dadurch verwandelt sich das System der Differentialgleichungen in ein lineares und kann integriert werden. Es sei für den Gleichstromzustand nach (27) und (28)

$$\left.\begin{aligned} e_0 &= i_0\,\varphi(S_0) \\ e_0\,i_0 &= W S_0 \end{aligned}\right\} \qquad \text{(a)}$$

Dagegen gilt für den durch die Überlagerung des Wechselstroms veränderten Zustand

$$\left.\begin{aligned} e &= i\,\varphi(S) \\ e\,i &= W S + L\,\frac{dS}{dt} \end{aligned}\right\} \qquad \text{(b)}$$

Die Werte e, i, S sollen sich von den e_0, i_0, S_0 um die sehr kleinen Beträge e', i', S' unterscheiden:

$$\left.\begin{aligned} e &= e_0 + e' \\ i &= i_0 + i' \\ S &= S_0 + S' \end{aligned}\right\} \qquad (31)$$

Demnach ist auch

$$\varphi(S) = \varphi(S_0) + S'\,\frac{d\varphi}{dS} = \varphi(S_0) + S'\,\varphi'(S_0)\,. \qquad (31\,a)$$

Wir setzen nun diese Ausdrücke in Gl. (b) ein, behandeln die e', i', S' als kleine Größen und berücksichtigen auch die Gl. (a). Dadurch ergibt sich

$$\left.\begin{aligned} e' &= [i_0\,\varphi'(S_0)]\,S' + [\varphi(S_0)]\,i' \\ e_0\,i' + i_0\,e' &= W S' + L\,\frac{dS'}{dt} \end{aligned}\right\}. \qquad (32)$$

Diese beiden Gleichungen sind nun in den abhängigen Variabeln

Digitized by Google

e, i', S' linear. Eliminieren wir die Größe S', so ergibt sich zwischen e' und i' eine Beziehung von der Form

$$c_1 e' + c_2 \frac{de'}{dt} = c_3 i' + c_4 \frac{di'}{dt}, \tag{33}$$

in der die Koeffizienten c_1, c_2, c_3, c_4 durch die Koeffizienten von (32) bestimmt sind. Diese Gleichung, zusammen mit einer weiteren aus rein elektrodynamischen Betrachtungen zu gewinnenden ebenfalls linearen Gleichung, beherrscht das hier zur Erörterung stehende Problem. Im Falle einer Schaltung nach Abb. 4 wäre diese zweite Gleichung (siehe § 3):

$$\frac{de'}{dt} + w \frac{di'}{dt} + l \frac{d^2 i'}{dt^2} + \frac{i'}{C} = 0. \tag{34}$$

Man kann durch Integration von (33) und (34) die Frage beantworten, in welcher Weise die in irgendeinem Momente willkürlich vorgeschriebenen (etwa durch eine Störung hervorgerufenen) Abweichungen e' und i' vom Beharrungszustande sich nun weiter ändern, und dadurch entscheiden, wann der zugrunde liegende Beharrungszustand stabil oder labil ist. Auf diesem Wege erhält man allgemeinere Stabilitätsbedingungen des Bogens, als nach dem früher angegebenen Verfahren (§ 2); dessen Brauchbarkeit ist ja, wie schon erwähnt, an die Bedingung geknüpft, daß die Änderung der kleinen Abweichungen so langsam erfolgt, daß Phasengleichheit zwischen e' und i' besteht. In der dynamischen Charakteristik würde das dadurch zum Ausdruck kommen, daß e und i auf einer durch den stationären Punkt (e_0, i_0) liegenden Geraden sich bewegen, die übrigens nicht gerade Tangente an die statische Charakteristik zu sein brauchte. Wir können ferner auch die Bedingungen dafür aufsuchen, daß der Beharrungszustand weder stabil noch labil ist, sondern daß durch kleine Störungen entsprechende kleine Schwingungen konstanter Amplitude (kleine Duddell-Schwingungen) eingeleitet werden. Dies ist also das in § 3 behandelte Problem, jedoch mit Berücksichtigung der Lichtbogenhysterese. Es ist von E. Riecke[1]) für eine von Abb. 4 nicht wesentlich abweichende Schaltung gelöst worden, wobei allerdings an Stelle von (33) eine Beziehung zugrunde gelegt ist, in der $c_2 = 0$ ist. Die auf diesem Wege erhaltenen etwas verwickelten Stabi-

1) E. Riecke, Nachr. d. kgl. Ges. d. Wissenschaften zu Göttingen, Math.-phys. Klasse, 1907.

Digitized by Google

litätsbedingungen umfassen natürlich auch die in § 2 behandelten Fälle. Als ein interessantes und wichtiges Ergebnis der Untersuchung erwähnen wir die Formel, die sich für die Frequenz der kleinen Schwingungen ergibt:

$$(2\pi n)^2 = \frac{1}{lC} \cdot \frac{l\left(R + \frac{c_3}{c_1}\right)}{l\left(R + \frac{c_3}{c_1}\right) + \frac{c_4}{c_1}\left(R + w\right)}. \qquad (35)$$

c_4 wird null, wenn man $L = 0$ setzt; also erst die Berücksichtigung der Lichtbogenhysterese erklärt die Abweichung der beobachteten Frequenz der kleinen Schwingungen von dem aus der Thomsonschen Formel (§ 3, Gl. 9a)

$$(2\pi n)^2 = \frac{1}{lC}$$

berechneten Werte. Die Formel ergibt, übereinstimmend mit den Beobachtungen, eine Abnahme der Frequenz mit wachsender Bogenhysterese.

c) Anwendung auf die Schwingungen erster Art.

So nützlich und interessant die soeben skizzierte Behandlung der kleinen Schwingungen auf Grund der Simonschen Theorie ist, indem sie uns den Einfluß der Bogenhysterese exakt zu berücksichtigen ermöglicht, so erlaubt sie doch keine sicheren Schlüsse zur Beurteilung der Verhältnisse bei den praktisch wichtigen Schwingungen endlicher Amplitude zu ziehen. Da eine exakte theoretische Behandlung hier nicht möglich ist, so muß man sich mit Näherungen begnügen. Diese bauen sich auf bestimmte vereinfachende Annahmen auf, die sich schließlich nur dadurch rechtfertigen lassen, daß die experimentellen und theoretischen Ergebnisse übereinstimmen. Simon[1]) hat zuerst gezeigt, daß es auf diesem Wege möglich ist, das Schwingungsphänomen erster Art bis in seine Einzelheiten genau zu beschreiben.

Bevor wir darauf eingehen, sei unter Bezugnahme auf die Abb. 4 eine allgemeine energetische Betrachtung durchgeführt. Der von der Gleichstromquelle gelieferte Strom i_0 soll, der Einfachheit wegen, als konstant vorausgesetzt werden, was ja durch

1) H. Th. Simon, Phys. Zeitschr. 7, 433, 1906; ETZ., 1907, S. 295.

Digitized by Google

Einschalten von Selbstinduktion in die Zuleitung immer erreicht werden kann. Ruft der Bogen Schwingungen hervor, so können diese also nur in dem aus Bogen, Spule und Kondensator bestehenden Kreise zirkulieren. Es sollen dauernde Schwingungen, das heißt, richtige Wechselströme von der Periode T sein; dagegen wird über ihre Stärke und Kurvenform nichts vorausgesetzt. Die Bogenspannung e besteht also aus einem Gleichstromanteil e_0 und einem darüber gelagerten Wechselstromanteil e'; ebenso der Bogenstrom i aus dem Gleichstrom i_0 und dem reinen Wechselstrom i'. Wir wollen nun die Energiebilanz für eine volle Periode des Wechselstromvorgangs aufstellen. Das läßt sich sehr einfach auf Grund des Satzes durchführen, daß weder ein Gleichstrom mit einer reinen Wechselspannung, noch ein reiner Wechselstrom mit einer Gleichspannung eine von null verschiedene mittlere Leistung ergibt. Man hat also für jede Stromart eine besondere Energiebilanz aufzustellen. Der Mittelwert der Leistung des Wechselstroms in dem Kondensatorkreise entspricht der dort erzeugten Jouleschen Wärme und ist

$$\frac{1}{T}\int_0^T i'^2 w\,dt.$$

Diese Leistung kann nur aus dem Bogen stammen, da anderswo kein Wechselstrom fließt. Der Bogen erzeugt an den Klemmen des Kondensatorkreises die Wechselspannung e' und liefert in diesen Kreis den Strom $-i'$; dementsprechend gibt er an ihn die Leistung ab

$$-\frac{1}{T}\int_0^T e' i'\,dt.$$

Diese muß nach dem Energieprinzip der Jouleschen Wärme gleich sein; daher gilt

$$\int_0^T i'^2 w\,dt + \int_0^T e' i'\,dt = 0. \tag{36}$$

Wenn wir wollen, können wir an Stelle von (36) eine ganze Serie solcher Gleichungen aufstellen, indem wir i' und e' in ihre einzelnen Harmonischen zerlegen:

Digitized by Google

$$e' = e_1' + e_2' + \cdots e_n' + \cdots$$
$$i' = i_1' + i_2' + \cdots i_n' + \cdots.$$

Dann ist auch

$$\int_0^T i_n'^2 w dt + \int_0^T e_n' i_n' dt = 0,$$

denn die mittlere Leistung eines Wechselstroms mit einer Wechselspannung von anderer Frequenz verschwindet; es ist nämlich

$$\int_0^T \sin\left(\frac{2\pi}{T} n t + \varphi_n\right) \sin\left(\frac{2\pi}{T} m t + \varphi_m\right) = 0$$
$$\text{für } n \neq m.$$

Aus der Gl. (36) ergibt sich sofort eine wichtige Folgerung. Da das erste Glied, die Joulesche Wärme, wesentlich positiv ist, so können dauernde Wechselströme nur fließen, wenn

$$\int_0^T e' i' dt < 0 \tag{37}$$

ist. Das heißt, es müssen zu positiven e vorwiegend negative i' gehören und umgekehrt; oder zu wachsenden Gesamtspannungen e müssen vorwiegend abnehmende Werte des Bogenstroms i gehören; kurz ausgedrückt: die Schwingungscharakteristik des Bogens muß „im Mittel eine fallende" sein[1]).

Wir betrachten nun einen stationär schwingenden Lichtbogen, bei dem die Amplitude des Wechselstroms den Gleichstromwert i_0 nicht erreicht, bei dem mit anderen Worten der Gesamtstrom nicht unter einen gewissen Wert sinkt, also jedenfalls stets in derselben Richtung durch den Lichtbogen fließt. (Schwingungsphänomen erster Art.) Die vereinfachende Annahme, die Simon macht, um diesen Fall der Untersuchung zugänglich zu machen, besteht darin, daß für die Gesamtleistung des Bogens ein einfaches Zeitgesetz vorgeschrieben wird:

$$ei = e_0 i_0 (1 + \alpha \sin 2\omega t). \tag{38}$$

ω ist die 2π-fache Wechselstromfrequenz. Oszillographische Auf-

1) H. Th. Simon, a. a. Ort; — H. Barkhausen, Göttinger Dissertation 1907, § 19. 20.

Digitized by Google

nahmen von Strom- und Spannungskurven haben ergeben, daß die Leistung in der Tat in der weitaus größten Zahl der beobachteten Fälle sehr angenähert das Gesetz (38) befolgt. Durch die Einführung eines solchen Gesetzes ergibt sich die Vereinfachung, daß nun jede weitere Bezugnahme auf den Schwingungskreis fortfällt. Freilich verzichtet man dabei zunächst auf die Einsicht, in welcher Weise die speziellen Eigenschaften dieses Kreises den Vorgang beeinflussen; dazu sind besondere Betrachtungen nötig, die wir, wenigstens hinsichtlich des energieverzehrenden Widerstands w, hinterher anschließen werden.

Setzt man den Ausdruck (38) für ei in Gl. (29) ein, so läßt sich diese integrieren, so daß man nun auch das Zeitgesetz des Parameters S kennt. Daraus ergibt sich weiter der zeitliche Verlauf von $\varphi(S) = e/i$. Man kennt also für jeden Zeitpunkt sowohl das Produkt ei als auch das Verhältnis e/i von Bogenspannung und Bogenstrom; daraus kann man diese Größen einzeln bestimmen und die dynamische Charakteristik zeichnen.

Um sich nicht an eine spezielle Form der Funktion $\varphi(S)$, wie sie etwa durch (30) dargestellt ist, zu binden, geht Simon nach erfolgter Berechnung von

$$S = f(t)$$

graphisch vor. Das Verfahren beruht auf dem schon erwähnten Umstande, daß die Linien $S = \text{const}$ nach Gl. (27) im (e, i)-Diagramm durch Gerade dargestellt werden, die durch den Nullpunkt gehen; die Linien $ei = \text{const}$ sind gleichseitige Hyperbeln mit den Koordinatenachsen als Asymptoten. Hat man sich eine Schar von S-Strahlen (aus der statischen Charakteristik) ein für allemal konstruiert, ebenso eine Schar von ei-Hyperbeln, und für angenommene Zeitpunkte S und ei berechnet, so erhält man ebenso viele Punkte der dynamischen Charakteristik als Schnittpunkte der entsprechenden S- und ei-Linien. Schreibt man sich an jeden Punkt gleich die Zeit t an, so kann man schließlich noch die Strom- und Spannungskurven zeichnen.

Auf diesem Wege hat Simon für eine Reihe von Fällen die dynamischen Charakteristiken bestimmt und sie in Übereinstimmung mit den beobachteten gefunden. Denkt man sich, von einem Punkte (e_0, i_0) der statischen Charakteristik ausgehend, bei sonst ungeänderten Verhältnissen die Größe α, d. h. die Wechselstromamplitude allmählich gesteigert, so erhält man eine Schar von

Digitized by Google

Kurven, die den Punkt (e_0, i_0) umschließen, und von denen jede einen bei der Frequenz $\frac{\omega}{2\pi}$ möglichen Schwingungszustand des Bogens charakterisiert (Abb. 6). Berücksichtigen wir ferner die experimentell festgestellte Tatsache, daß bei Schwingungen erster Art ω sich von dem Werte $\frac{1}{\sqrt{lC}}$ kaum unterscheidet, so erhebt sich die Frage, welche von den vielen Charakteristiken denn die für einen vorliegenden Kreis mit den Konstanten l und C wirklich zutreffende ist. Darauf gibt uns das Energieprinzip Antwort, wie wir es durch die Gl. (36) formuliert haben. Mit derjenigen Kurve, für die die Gl. (36) zutrifft, ist ein stationärer Betriebszustand möglich; dann reicht die vom Bogen an den Schwingungskreis abgegebene Leistung gerade zur Deckung der Stromwärmeverluste aus. Da mit wachsender Stärke der Schwingungen im allgemeinen die Stromwärme rascher wächst, als die vom Bogen abgegebene Wechselstromleistung, so hat jede Vermehrung des Widerstands w eine Abnahme der Intensität der Schwingungen zur Folge, und umgekehrt. Dabei ist folgendes zu beachten.

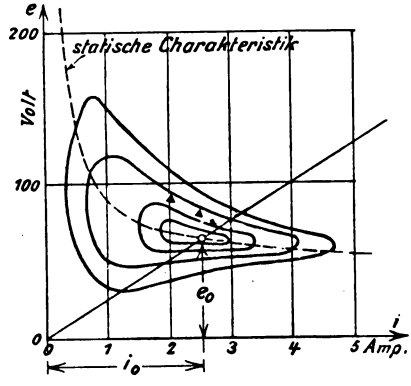


Abb. 6.

1. Sind die Schwingungen so stark, daß die Stromstärke im Bogen zeitweise sehr klein wird, so wird die Charakteristik sehr steil, und dann kommt es vor, daß das Integral $-\int_0^T e' i' dt$ bei zunehmender Schwingungsamplitude rascher wächst, als die Stromwärmeverluste $\int_0^T i'^2 w dt$. Dann muß die Schwingungsamplitude unverweigerlich weiter wachsen, bis zuletzt der Bogen erlischt; was dann geschieht, soll später erörtert werden.

2. Ist i_0 groß, so verläuft dort die statische Charakteristik ziemlich flach, und dasselbe tun auch die Schwingungscharakteristiken, solange die Amplitude klein ist. Daher ist für solche

Digitized by Google

Amplituden $-\int_0^T e' i' dt$ auch klein oder sogar negativ; es kann dann recht gut vorkommen, daß bei festem Dämpfungswiderstande w gerade bei kleiner Schwingungsamplitude der Bogen nicht imstande ist, genügend Energie zur Deckung der Stromwärmeverluste herzugeben, wohl aber bei größerer Amplitude.

In diesem Falle können beim Anschluß des Kondensatorkreises an den Bogen die Schwingungen zwar nicht von selbst entstehen; sie bleiben aber im Gange, sobald sie erst durch irgendeinen Anstoß in genügender Stärke angeregt worden sind.

Einen sicheren Anhalt zur Beurteilung der Größe der vom Bogen pro Periode abgegebenen Energie $-\int_0^T e' i' dt$ liefert die Schwingungscharakteristik im allgemeinen nicht; die Energie kann beträchtlich zunehmen, wenn das „mittlere Gefälle der Charakteristik" entsprechend zunimmt; sie braucht aber nicht zuzunehmen, wenn die stark fallenden Teile der Charakteristik bei der Schwingung viel rascher durchlaufen werden, als die weniger fallenden und die ansteigenden Teile. Ebenso irrt sich Blondel, wenn er meint[1]), die Fläche der Charakteristik $\int e di$ sei ein Maß für die an den Schwingungskreis gelieferte Energie. Charakteristiken, deren Fläche ein Maß für diese Energie ist, hat Barkhausen[2]) angegeben. In unserem Falle erhält man eine solche Charakteristik, wenn man über der Bogenspannung e die Spannung V am Kondensator in rechtwinkligen Koordinaten aufträgt. Die Fläche dieser Charakteristik ist

$$\int e\, dV = -\frac{1}{C}\int (e' + e_0) i' dt = -\frac{1}{C}\int e' i' dt$$

(denn $C\, dV = -i' dt$ und $\int e_0 i' dt = 0$).

Sie ist also ein Maß für die Energie. Bei der Berechnung der Fläche muß man auf den Umlaufssinn (Sinn des Uhrzeigers) achten, da sie im allgemeinen aus positiven und negativen Teilen besteht, indem sich ihre Begrenzungskurve selbst durchschneidet.

Simon hat auch untersucht, wie sich die Charakteristik ändert, wenn bei sonst gleichen Verhältnissen die Frequenz, das heißt ω

---

1) A. Blondel, Comptes rendus, **140,** 1680, 1905; ETZ. 1907, S. 803 (vgl. die sich daran anschließende Erwiderung von H. Th. Simon).

2) H. Barkhausen, Gött. Dissertation § 7.

Digitized by Google

gesteigert wird. Das wichtige Ergebnis ist, daß mit wachsendem ω die Charakteristik mehr und mehr in eine steigende übergeht. Der Bogen ist also nach Gl. (36) mit steigender Frequenz immer weniger zur Erregung kräftiger dauernder Schwingungen geeignet. Schließlich erreicht man eine Grenzfrequenz Ω, bei der $-\int_0^T e' i' \, dt$ null oder negativ wird, und dann sind dauernde Schwingungen überhaupt nicht mehr möglich. Hierin liegt die langgesuchte Erklärung der Tatsache, daß der Kohlebogen in Luft ohne besondere Hilfsmittel nicht imstande ist, mehr als etwa 50000 Perioden pro Sekunde zu erzeugen. Die Erkenntnis der Ursache dieses Übelstandes gibt uns natürlich auch gleich die Mittel zur Abhilfe. Bei einer bestimmten Frequenz weicht die Schwingungscharakteristik um so mehr in ungünstigem Sinne von der statischen ab, je größer das Verhältnis $\frac{L}{W}$ der beiden in Gl. (29) auftretenden Lichtbogenkonstanten ist. Der Wärmeinhalt des Bogens und seiner unmittelbaren Umgebung, somit auch die Größe L ist nur in sehr beschränktem Maße einer Verminderung fähig; dagegen sind Erfolge durch Vergrößerung von W zu erzielen, das heißt durch Verbesserung der Wärmeableitung. Mittel hierzu sind die Verwendung gut wärmeleitender Elektroden (Metall), die man außerdem künstlich kühlt; die Einbettung des Bogens in Wasserstoff[1]) und ähnliche Gase, die die Wärme gut leiten und auch nicht infolge chemischer Reaktion mit den Elektroden neue schädliche Wärmemengen erzeugen. Die Vergrößerung von W hat den weiteren Vorteil, die statische Charakteristik steiler abfallend zu gestalten, so daß natürlich auch alle aus dieser hervorgehenden dynamischen Charakteristiken von vornherein ein größeres mittleres Gefälle erhalten. Ein anderes Mittel zur Vermehrung des Gefälls der statischen Charakteristik ist die Serienschaltung von Bögen, die von Simon angegeben und von der Gesellschaft für drahtlose Telegraphie mit Erfolg zur Erzeugung sehr schneller dauernder Wechselströme für die Zwecke der Wellentelegraphie und Wellentelephonie angewendet worden ist.

Wie die Beobachtungen zeigen, verläuft der bei den Schwingungen erster Art fließende Wechselstrom stets nahezu sinusförmig:

1) Zuerst angewandt von W. Poulsen 1903; ausführlich beschrieben ist die Poulsensche Anordnung in der ETZ. 1906, S. 1040.

Digitized by Google

$$i' = i'_{\max} \sin \omega t.$$

Für den Bogenstrom gilt also

$$i = i_0 + i'_{\max} \sin \omega t.$$

Infolgedessen schwankt die Spannung am Kondensator erst recht nahezu sinusförmig [1])

$$V = e_0 + i'_{\max} \sqrt{\frac{l}{C}} \cos \omega t,$$

wogegen die Spannung an der Spule und daher auch die Wechselspannung am Bogen im allgemeinen von der Sinusform merklich abweicht. In der Leistung treten die Obertöne wieder stark zurück, weil sie im Strom nur schwach sind; darin ist die Brauchbarkeit des Ansatzes (38) begründet.

Wir denken uns nun zu einem stationär brennenden Bogen einen solchen Kondensatorkreis parallel geschaltet, daß die nach § 2 zu ermittelnden Stabilitätsbedingungen des stationären Zustands verletzt sind (dabei soll der Kondensator vorher auf die Bogenspannung e_0 geladen worden sein, so daß sekundäre Störungen durch Ladungserscheinungen ausgeschlossen sind). Dann sind zwei Hauptfälle möglich. Ist erstens die Eigenfrequenz des Konden-

1) Es sei allgemein

$$i' = i_1' \sin \omega t + i_2' \sin (2\omega t + \varphi_2) + \cdots\cdots + i_n' \sin (n\omega t + \varphi_n) + \cdots$$

Dann ist, da die Spannung V am Kondensator mit dem Strome i' nach dem Gesetze

$$-i' = C \frac{dV}{dt}$$

zusammenhängt und $\omega = \frac{1}{\sqrt{lC}}$ ist,

$$V = e_0 + \sqrt{\frac{l}{C}} \left\{ i_1' \cos \omega t + \frac{i_2'}{2} \cos (2\omega t + \varphi_2) + \cdots \frac{i_n'}{n} \cos (n\omega t + \varphi_n) + \cdots \right\}$$

In der Kondensatorspannung erscheinen somit die höheren Harmonischen geschwächt. Anders verhält es sich mit der Spannung U an der Spule. Aus

$$U = -l \frac{di'}{dt}$$

ergibt sich (der Widerstand der Spule ist vernachlässigt):

$$U = -\sqrt{\frac{l}{C}} \left\{ i_1' \cos \omega t + 2 i_2' \cos (2\omega t + \varphi_2) + \cdots n i_n' \cos (n\omega t + \varphi_n) + \cdots \right\}$$

In der Spulenspannung und folglich auch in der Spannung am Bogen ($e' = -i'w + U + V$) kommen die Obertöne verstärkt vor.

Digitized by Google

satorkreises so groß, daß für Schwingungen 1. Art von jeder Amplitude der Ausdruck

$$\int_0^T e' i' dt + \int_0^T i'^2 w dt$$

ein positives Vorzeichen erhielte, so können Schwingungen erster Art überhaupt nicht eintreten; dann wird der Bogenstrom aperiodisch oder unter wachsenden Schwankungen schließlich null; der Bogen ist erloschen. Er bleibt erloschen, wenn die EMK. nicht ausreicht, ihn wieder zu zünden; im gegenteiligen Falle wirkt die Bogenlampe als gewöhnliche Funkenstrecke, und wir haben die Schwingungsform 3. Art vor uns.

2. Die Verhältnisse liegen so, daß für kleine Schwingungen der Ausdruck

$$\int_0^T e' i' dt + \int_0^T i'^2 w dt$$

ein negatives Vorzeichen hat. Dann wird bei kleinen Schwingungen, wenn sie durch die geringfügigsten Störungen einmal eingeleitet sind, in jeder Periode dem Schwingungskreis mehr Energie zugeführt, als dort in Wärme verwandelt wird; folglich muß die Amplitude der Schwingungen wachsen. Wie bereits dargelegt, geschieht dieses Wachstum so lange, bis Gleichgewicht zwischen der zugeführten und der in Wärme verwandelten Energie besteht, was man daran erkennt, daß der eben angeführte Integralausdruck verschwindet. Dann hat man stationäre Schwingungen erster Art. Es kann aber auch vorkommen, daß dieses Gleichgewicht selbst dann noch nicht erreicht ist, wenn die Amplitude i'_{max} auf den Gleichstromwert i_0 angewachsen ist. Fassen wir für diesen Fall gerade den Moment ins Auge, in dem der Bogenstrom null ist, so geht der ganze Strom i_0 in den Kondensator und erhöht dessen Spannung. Das dauert so lange, bis diese höhere Spannung imstande ist, den erloschenen Bogen von neuem zu zünden (immer angenommen, daß die EMK. E der Stromquelle dazu groß genug sei). Dann kann sich ein neuer stationärer Zustand mit dauernden Schwingungen von der folgenden Art einstellen: Nach erfolgter Zündung des Bogens möchte sich der Kondensator über diesen oszillatorisch entladen. Es kommt aber schon die erste Rück-

Digitized by Google

schwingung nicht mehr zustande, da der Bogen wegen seiner natürlichen Unsymmetrie in bezug auf die Polarität (negativer Krater!) als elektrisches Ventil wirkt. Der Bogen bleibt also erloschen, und der nun verkehrt geladene Kondensator wird von der Stromquelle aus wieder im richtigen Sinne bis zu einer solchen Spannung geladen, daß eine Neuzündung des Bogens — ebenfalls nun im richtigen Sinne — erfolgen kann. Von hier ab wiederholt sich das Spiel; wir haben das sogenannte Schwingungsphänomen zweiter Art vor uns.

Die Verhältnisse können aber auch so liegen, daß ein stationärer Zustand dieser Art nicht möglich ist. Das tritt zum Beispiel stets dann ein, wenn sich in der Zeit, in der der Bogen erloschen ist, der Kondensator auf eine verhältnismäßig hohe Spannung auflädt; dann reicht die nach der ersten Entladungsschwingung am Kondensator auftretende negative Spannung dazu aus, den Bogen im umgekehrten Sinne zu zünden; und oft unterbricht der Bogen erst nach einer ganzen Reihe von Schwingungen die gedämpft oszillatorische Kondensatorentladung. Jetzt erst lädt die Stromquelle den Kondensator wieder auf, bis sich mit einer neuen ähnlichen Entladung der Vorgang wiederholt. Dieses Schwingungsphänomen dritter Art entspricht also ganz der altbekannten Entladungserscheinung einer Leydener Flasche über eine beliebige Funkenstrecke.

Aus der gegebenen Entwicklung geht hervor, daß die drei angeführten äußerlich so verschiedenen Schwingungsformen sich unter einem gemeinsamen großen Gesichtspunkt betrachten lassen; sie können, wie wir später darlegen werden, stetig ineinander übergeführt werden. Es möchte somit logisch erscheinen, daß wir uns jetzt zunächst eingehend mit den Schwingungen zweiter Art befaßten. Wenn wir sie trotzdem einstweilen zurückstellen und zuerst die Schwingungen dritter Art behandeln, so hat das seinen Grund erstens darin, daß man beim Studium dieser Schwingungen mit einer ganz ähnlichen Methode zum Ziel kommt, wie bei den schon besprochenen Schwingungen erster Art. Dagegen erweist sich beim Phänomen zweiter Art ein anderer Weg als der zweckmäßigere. Außerdem ist es komplizierter und bedarf daher einer eingehenderen Behandlung, die überdies durch die besondere technische Bedeutung dieser Schwingungsform nahegelegt wird. Endlich treten hier neue Gesichtspunkte, neue Fragen auf, die der Experimentierkunst dankbare Aufgaben stellen und

Digitized by Google

deren Beantwortung unsere Einsicht in den überaus verwickelten Mechanismus der Lichtbogenerscheinungen weiter vertiefen wird.

d) Anwendung auf die Schwingungen dritter Art.

Das Auftreten der Schwingungen dritter Art wird begünstigt durch kleine Gleichstromstärke i_0 und große Kapazität C. Beide wirken darauf hin, die Periode der Ladung des Kondensators, während der der Bogen erloschen ist, zu verlängern. Dann haben die Elektroden Zeit, sich abzukühlen, und der Bogen kann erst neu gezündet werden, nachdem die Spannung am Kondensator einen beträchtlichen Wert angenommen hat. Daraus folgt, daß bei der nun einsetzenden Entladung beträchtliche Energiemengen umgesetzt werden und große Stromstärken durch den Bogen fließen. Die Größe S wird also bald nach Beginn der Entladung so groß sein, daß man in der Gleichung (30) (S. 24) das b neben WS vernachlässigen kann. Dann ist

$$\varphi(S) = \frac{a^2}{WS}, \tag{a}$$

folglich nach Gl. (27)

$$ei = \frac{a^2 i^2}{WS}. \tag{b}$$

Führt man dies in (29) ein, so erhält man die Gleichung

$$i^2 \frac{a^2}{W} = WS^2 + \frac{L}{2}\frac{dS^2}{dt}. \tag{c}$$

Auf diese Gleichungen hat D. Roschansky[1]) eine Theorie der Schwingungen dritter Art aufgebaut, durch die zugleich die vielumstrittene Frage des sogenannten Funkenwiderstandes eine Lösung erfährt. Um Gl. (c) integrieren zu können, muß man i als Funktion der Zeit kennen. Sicher weiß man nur, daß die Schwingungen abklingen müssen; setzt man

$$i = i'_{\max}\, \varepsilon^{-\alpha t} \sin \omega t, \tag{d}$$

so liegt darin zwar eine gewisse Willkür; man entfernt sich aber mit dem für die Rechnung einfachsten Ansatz (d) nicht sehr weit von den wirklich beobachteten Stromkurven, und außerdem ergeben andre als exponentielle Abklingungsgesetze nichts wesentlich Neues.

---

1) D. Roschansky, Phys. Zeitschr. **9**, 627, 635, 1908.

Digitized by Google

Mit dem Ansatz (d) ist die in S^2 lineare Differentialgleichung leicht zu integrieren, so daß

$$S = f(t)$$

als bekannt anzunehmen ist. Ebenso kennt man nach (d)

$$i = \Phi(t)$$

und daher wegen (b) auch

$$e = \psi(t).$$

Mit Hilfe der beiden letzten Gleichungen kann man die Spannungskurve und die dynamische Charakteristik berechnen.

Nach diesem Plane ist nun die Rechnung von Roschansky ausgeführt worden; er hat die Charakteristiken gezeichnet und sie in überraschend guter Übereinstimmung mit den experimentell (mittels Braunscher Röhre) aufgenommenen gefunden. Das ist um so bemerkenswerter, als er einerseits in seiner Rechnung doch eine Reihe von Vernachlässigungen hat treffen müssen, um sie durchführen zu können; andererseits erstrecken sich seine Versuche über ein weites Gebiet von Schwingungszahlen (bis $n =$ 3 Mill.), in dem quantitative Versuche bisher nicht vorlagen, und für das die Gültigkeit der Simonschen Theorie bisher nicht erwiesen war. Von den einzelnen Ergebnissen der Roschanskyschen Untersuchungen, die an 0,5–3 mm langen Lichtbögen zwischen

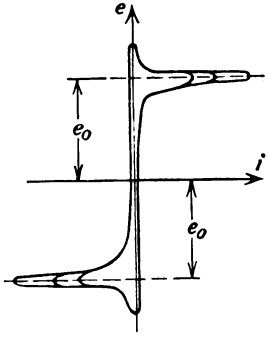


Abb. 7a.

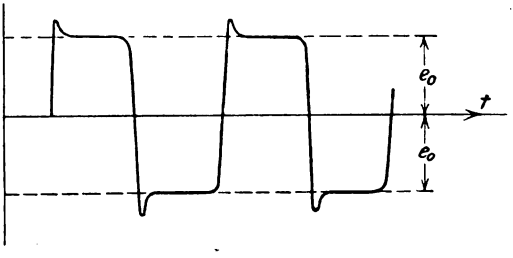


Abb. 7b.

Zinkelektroden ausgeführt worden sind, interessiert uns in diesem Zusammenhange nur das Folgende. Bei Schwingungszahlen unter 150000 hat die Charakteristik die Form Abb. 7a, die Spannungskurve entspricht der Abb. 7b; das heißt solange der Bogen überhaupt brennt, ist die Spannung so gut wie konstant ($= e_0$), un-

Digitized by Google

abhängig vom Strom, der ja nach Art einer gedämpften Schwingung verläuft. Die Spannung e_0 erwies sich als ziemlich unabhängig von den besonderen Verhältnissen des Kondensatorkreises, im Bereich der untersuchten Funkenlängen auch unabhängig von diesen, und betrug zwischen 20 und 40 V. Bei höherer Frequenz waren die Verhältnisse nicht so einfach; sie ändern sich natürlich stetig, und die Grenze von 150000 Perioden hat nur den Wert einer ungefähren Angabe. Es läßt sich auf Grund der Simonschen Theorie leicht übersehen, daß diese Grenzen durch Kühlung der Elektroden, Verwendung gut wärmeleitender Metalle, Einbettung des Bogens in Wasserstoff oder in seine eigenen Verbrennungsgase, überhaupt durch alle Mittel, die W vergrößern und L verkleinern, nach oben verschoben wird. Die Form der Charakteristik ähnelt sehr der eines niederfrequentigen Wechselstromlichtbogens (50 Perioden) zwischen Kohleelektroden. (Vergl. Simon, „Phys. Zeitschr.“ Bd. 6, S. 299, 1905; „ETZ.“ 1905, S. 839).

Wir wollen die Darlegungen des § 5 nicht schließen, ohne zuvor noch auf folgenden Punkt hinzuweisen. Der wesentliche Inhalt der Simonschen Theorie des Bogens ist in den Gleichungen (27) und (29) enthalten, zu deren Aufstellung wir nach dem Vorgange von Simon auf Grund einer bestimmten physikalischen Bedeutung des Parameters S gelangt sind. Man kann nun die Sache auch von einem mehr phänomenologischen Standpunkte betrachten, indem man die physikalische Bedeutung der Größe S zunächst ganz offen läßt, und sich nur an die experimentell feststehende Tatsache hält, daß es möglich ist, mit Hülfe der zwei einfachen Gleichungen (27) und (29) — also unter Vermittlung eines Parameters S und zweier Konstanten W und L — den Strom- und Spannungsverlauf beim Bogen in einem außerordentlich ausgedehnten Bereiche zu beschreiben. Diese Auffassung der Simonschen Theorie ist die allgemeinere; und weil nach ihr die Theorie lediglich der kurze Ausdruck einer Summe von Erfahrungen ist, so wird sie auch dann noch zu Recht bestehen, wenn es sich erweisen sollte, daß die rein thermischen Prozesse das Lichtbogenphänomen nicht in jener einfachen und unmittelbaren Weise regieren, wie es bei der Aufstellung der Gl. (27) und (29) angenommen worden ist. (Vergl. § 6f.)

Digitized by Google

§ 6. Die Schwingungen zweiter Art.

a) Die Form der Schwingungen, entwickelt nach einem Verfahren von Barkhausen[1]).

Die in § 5c und d angewandte Näherungsmethode zur Untersuchung der Schwingungen erster und dritter Art besteht im wesentlichen darin, daß auf Grund der experimentellen Erfahrung ein einfaches Zeitgesetz für den Strom oder für die Leistung im Lichtbogen postuliert wird, das — in gewissem Sinne wenigstens — den speziellen Eigenschaften des Kondensatorkreises Rechnung trägt, und durch das sich jede weitere Bezugnahme auf diesen Kreis erübrigt. Die ferneren Betrachtungen beziehen sich dann auf die Eigenschaften und die Wirkungsweise des Bogens, für die vor allem der Verlauf der Größe S maßgebend ist. Einer ähnlichen Betrachtung der Schwingungen zweiter Art steht zunächst entgegen, daß es hier kein ganz einfaches Zeitgesetz für den Strom oder die Leistung im Bogen gibt; neben dieser mehr äußerlichen Schwierigkeit erhebt sich aber noch eine prinzipielle. Das Kennzeichen der Schwingungen zweiter Art besteht darin, daß während eines Teils der Periode der Lichtbogen erlöschen ist. Während dieses Teils wird dem Bogen keine Leistung zugeführt, was zur Folge hat, daß die Größe S abnimmt und in den allermeisten Fällen gegen Ende der stromlosen Periode äußerst klein wird. Es ist zweifelhaft, ob sich bei sehr kleinen Werten von S die Lichtbogenerscheinungen in derselben einfachen Weise mittels des einzigen Parameters S beschreiben lassen; wenn man an der rein thermischen Interpretation von S festhält, so ist das nach dem Standpunkt der Ionentheorie sogar sicher nicht der Fall, weil eben unterhalb eines bestimmten S überhaupt kein Bogen bestehen kann. Die am Ende der stromlosen Periode eintretende Neuzündung des Bogens bringt eine weitere Komplikation hinein, da wir gegenwärtig noch nicht wissen, nach welchem Gesetze die Zündspannung von dem gerade herrschenden Werte von S abhängt, und ob sie von ihm allein abhängt. Endlich ist noch folgendes zu bedenken. Wir werden sehen, daß unmittelbar nach dem Erlöschen des Bogens an ihm eine ziemlich große negative Spannung auftritt. Würde das einfache Gesetz $e/i = \varphi(S)$ auch

1) H. Barkhausen, Göttinger Dissertation 1907, § 37.

Digitized by Google

bei der Umkehr der Stromrichtung und kleinen Werten S gelten, so müßte jene Spannung einen entsprechenden Strom durch den Bogen senden, da sich die Werte von S unmittelbar vor und nach dem Erlöschen des Bogens ja nur um sehr wenig voneinander unterscheiden. Tatsächlich wirkt der Bogen bei kleinem S als elektrisches Ventil, so daß bei einer Umkehr der Feldstärke die Größe S allein nicht für die Leitfähigkeit bestimmend sein kann. Allen diesen Schwierigkeiten geht man aus dem Wege, wenn man die Betrachtung der Schwingungsform zweiter Art nach Barkhausen von einem anderen Standpunkte aus vornimmt. Barkhausen geht von einer festen, besonders einfach gewählten Schwingungscharakteristik aus, die in Abb. 8 dargestellt ist. Nach dieser hat die Spannung am Bogen den konstanten Wert e_0, solange überhaupt ein Strom durch den Bogen fließt. Während der Zeit, in der der Bogen erloschen ist, stimmt die Spannung am Bogen überein mit der am Kondensator; sie wächst von dem negativen Wert $e_0 - E_0$ bis auf den positiven Höchstwert $e_0 + E_0$ an, bei dem die Neuzündung des Bogens erfolgt; nachher ist die Spannung wieder konstant $= e_0$. Dieser konstante Wert entspricht dem von Roschansky bei den Schwingungen dritter Art gefundenen Ergebnis (§ 5d; Abb. 7a und b). Barkhausen[1]) hat an der sogenannten Poulsenlampe (Bogen zwischen Kohlekathode und Kupferanode in einer Wasserstoff- oder Leuchtgasatmosphäre in einem transversalen magnetischen Felde brennend) Charakteristiken aufgenommen und sie — bis auf den auf die Zündung unmittelbar folgenden Teil — in Übereinstimmung mit der Normalcharakteristik (Abb. 8) gefunden. Bei Bögen zwischen gekühlten Metallelektroden ist (siehe § 8h) die Übereinstimmung zwischen dieser und der wirklichen Charakteristik in einem sehr weiten Frequenzbereiche sogar eine vollkommene. Daher stimmen auch bei diesen die an Hand der Normalcharakteristik zu entwickelnden Beziehungen sehr genau mit den Beobachtungen überein. Wir werden später zeigen (§ 6e), an welche Bedingungen zufolge der Simonschen

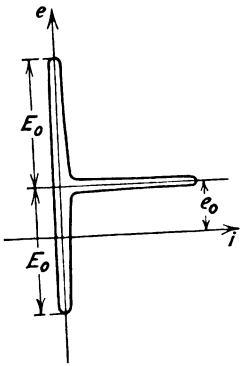


Abb. 8.

1) H. Barkhausen, Jahrb. d. drahtl. Telegr. u. Telephonie Bd. 1, S. 243, 1907.

Digitized by Google

Theorie die Existenz einer Charakteristik nach Abb. 8 geknüpft ist. Die Annahme einer solchen festen Charakteristik hat den Vorteil, daß man sich nicht weiter um den Bogen zu kümmern braucht und in sehr einfacher Weise den Einfluß der speziellen Eigenschaften des Schwingungskreises diskutieren kann. Die glücklich umgangene Schwierigkeit kommt allerdings wieder zum Vorschein, sobald man nach der Anfangsspannung E_0 fragt. Über deren Abhängigkeit von den Versuchsbedingungen ist zunächst nichts bekannt; sie erscheint in den Betrachtungen als selbstständiger Parameter. e_0 kann für ein und denselben Bogen als eine Konstante angesehen werden.

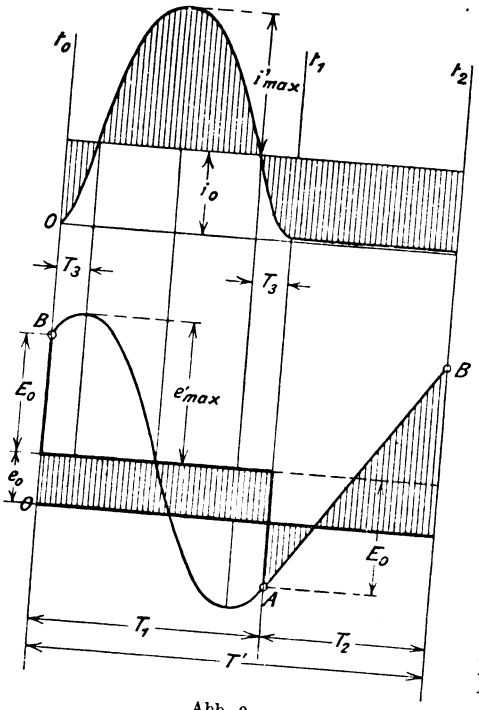


Abb. 9.

Unter Annahme einer Charakteristik nach Abb. 8 stellt sich der stationäre Schwingungsvorgang zweiter Art folgendermaßen dar (Abb. 9): Vorausgesetzt sei der Einfachheit wegen, daß der Gesamtstrom i_0, den die Gleichstromquelle liefern muß, durch großen Widerstand R oder große Selbstinduktivität der Zuleitung praktisch konstant gehalten werde. In dem Augenblick $t = t_0$, in dem die Spannung am Bogen, die zur Zeit der Stromlosigkeit des Bogens mit der Kondensatorspannung übereinstimmt (es ist $l \frac{di_0}{dt} = 0$), auf den Betrag $e_x = e_0 + E_0$ angewachsen ist, wird der Lichtbogen gezündet. Seine Spannung sinkt sofort auf den Betrag e_0 herab. Die Spannung am Kondensator schwingt um die Mittellinie e_0, der Strom im Bogen um die Mittellinie i_0. Solange er kleiner als i_0 ist, geht der Überschuß des Gesamtstroms in den Kondensator und erhöht dessen Spannung weiter

Digitized by Google

bis auf den Betrag $e_0 + e'_{max}$. Dann entlädt sich der Kondensator, und der Strom im Lichtbogen steigt bis auf sein Maximum $i_0 + i'_{max}$. In diesem Moment ist $e' = 0$. Die Entladung geht weiter bis zum negativen Spannungsmaximum am Kondensator vom Betrage $e'_{max} - e_0$; zugleich ist $i' = 0$, das heißt $i = i_0$ geworden. Der Strom im Bogen sinkt weiter, so daß wieder ein Teil des Gesamtstroms in den Kondensator geht und dessen Spannung erhöht. Im Moment $t = t_1$ ist der Strom im Lichtbogen null geworden, der Bogen erlischt. Nun springt die Bogenspannung von e_0 auf den negativen Betrag $E_0 - e_0$. Der ganze Strom i_0 geht jetzt in den Kondensator, dessen Spannung deshalb linear ansteigt. Während dieser ganzen Zeit ist die Kondensatorspannung mit der Spannung am Lichtbogen identisch; sobald sie den Wert $E_0 + e_0$ erreicht hat, erfolgt eine neue Zündung; der Vorgang wiederholt sich. Wie man sieht, zerfällt der Schwingungsvorgang in zwei wesentlich verschiedene Perioden T_1 und T_2. Während der ersten brennt der Lichtbogen, der Kondensator entlädt sich nach dem bekannten Sinusgesetze; während der zweiten Periode ist der Bogen erloschen, der Kondensator lädt sich nach einem linearen Zeitgesetz.

Die Entladung durch den Bogen ist der Einfachheit wegen als ungedämpft angenommen. Der Lichtbogen selbst trägt zur Dämpfung nichts bei, da seine Spannung e_0 nach Voraussetzung unabhängig vom Strome ist. Da es prinzipiell möglich ist, die vom Widerstand im Kondensatorkreise herrührende Dämpfung zu berücksichtigen[1]), so ersieht man, daß in dieser Darstellung die speziellen Eigenschaften des Schwingungskreises tatsächlich voll in Rechnung gezogen sind.

Wir wollen hier noch auf eine schöne Experimentaluntersuchung von Blondel[2]) hinweisen, der am Kohlebogen mittels eines dreifachen Oszillographen die Ströme im Lichtbogen und im Schwingungskreise und die Spannung am Bogen (oder auch die drei Spannungen am Lichtbogen, an der Selbstinduktion und am Kondensator) gleichzeitig aufgenommen hat. Die von ihm erhaltenen Kurvenbilder bestätigen die Barkhausensche Betrachtungsweise.

1) Kurvenbilder mit Berücksichtigung der Dämpfung durch den Widerstand des Schwingungskreises sind von Barkhausen gezeichnet worden. (Dissertation § 37, Figur 31 und 32).

2) A. Blondel, L'Eclairage Electrique, **44**, 1905, S. 41, 81.

Digitized by Google

b) Quantitative Beziehungen; die Bedeutung des charakteristischen Widerstands.

Der Verlauf einer stationären, nach Abb. 9 verlaufenden Schwingung ist durch fünf Größen bestimmt; zwei davon e_0, E_0 beziehen sich auf den Bogen; als dritte wählen wir die Gleichstromstärke i_0; die beiden letzten (l, C) beziehen sich auf den Kondensatorkreis; dazu kommt erforderlichenfalls der Widerstand w dieses Kreises. Es erweist sich nun als sehr zweckmäßig, an Stelle der drei Parameter l, C, w des Schwingungskreises drei andere Größen

$$\alpha = \frac{w}{2l}, \qquad \varrho = \sqrt{\frac{l}{C}} \quad \text{und} \quad \omega = \sqrt{\frac{1}{lC} - \alpha^2} \tag{39}$$

einzuführen, die man als die natürlichen Parameter des Schwingungskreises bezeichnen kann; denn die Größen w, l, C kommen gerade in diesen Verbindungen in den Formeln vor. α heißt bekanntlich die Dämpfungskonstante; ϱ hat die Dimension eines Widerstands und soll der charakteristische Widerstand des Schwingungskreises genannt werden. $\frac{\omega}{2\pi}$ ist die Eigenfrequenz des Kreises; für gewöhnlich ist α so klein gegen ω, daß mit großer Genauigkeit

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{lC}} \tag{39'}$$

ist. Auf Grund der Abb. 9 und der elektromagnetischen Gesetze erhält man leicht folgende Beziehungen[1]). Der Strom im Bogen ist

$$i = i_0 + i' = i_0 + i'_{\max} \sin \omega (t - T_3), \tag{40a}$$

die Spannung am Kondensator

$$e_c = e_0 + e'_{\max} \cos \omega (t - T_3). \tag{40b}$$

Dabei ist die Zeit t vom Augenblick t_0 an gerechnet. Die Formeln gelten aber nur in dem Zeitabschnitt T_1. In dem darauffolgenden Abschnitt T_2 ist $i = 0$; e_c wächst linear von $e_0 - E_0$ auf $e_0 + E_0$ an. Führen wir die Dauer

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

1) Die Formeln sind abgeleitet in der Elektrot. Zeitschr. 1909, S. 628.

Digitized by Google

der Eigenperiode des Kondensatorkreises ein, so gilt ferner

$$\frac{T_2}{T} = \frac{1}{\pi}\frac{E_0}{i_0 \varrho}. \tag{40c}$$

Das Verhältnis der Zeit T_2, während der der Bogen erloschen ist, zur Eigenperiode T des Schwingungskreises ist charakteristisch für die Form der Schwingung; es hängt nach (40c) nur ab von der Anfangsspannung E_0, dem Gleichstrom i_0 und dem charakteristischen Widerstand ϱ. Weiter ist

$$\operatorname{tg} \omega T_3 = \frac{T}{\pi T_2} = \frac{i_0 \varrho}{E_0} \tag{40d}$$

$$\left.\begin{aligned} T_1 &= \frac{T}{2} + 2T_3 = \frac{T}{2} + \frac{2}{\omega} \operatorname{arc\,tg} \frac{T}{\pi T_2} \\ &= T\left\{\frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \operatorname{arc\,tg} \frac{T}{\pi T_2}\right\} \\ &= T\left\{\frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \operatorname{arc\,tg} \frac{i_0 \varrho}{E_0}\right\} \end{aligned}\right\} \tag{40e}$$

und endlich

$$e'_{\max} = \sqrt{E_0^2 + i_0^2 \varrho^2} \tag{40f}$$

$$i'_{\max} = \sqrt{i_0^2 + \left(\frac{E_0}{\varrho}\right)^2}. \tag{40g}$$

Bei der Diskussion dieser Formeln darf man nicht vergessen, daß nur e_0, i_0, T und ϱ wirklich konstant sind; E_0 wird dagegen mitgeändert, wenn eine der ersten vier Größen geändert wird. Eine der nächsten Aufgaben der experimentellen Forschung wird es sein, die Bedingungen aufzusuchen, von denen E_0 abhängt.

Wie schon erwähnt, bestimmt das Verhältnis T_2/T die Form der Schwingung. Ist es klein, was nach (40c) großem i_0 oder großem ϱ entspricht, so nähert sich die Schwingung dem Phänomen erster Art (§ 5c). Ist dagegen T_2/T groß, so erhält man im Bogen eine merkwürdige Stromkurve, bestehend aus einer immer nach derselben Seite weisenden Halbwelle und einer darauf folgenden langen Pause. Im ersten Falle ist angenähert $i'_{\max} = i_0$, im zweiten dagegen viel größer; daher wird hier der effektive Strom im Schwingungskreise größer als der Gleichstrom. Umgekehrt steht es mit $e'_{\max}$; die größten Spannungen erhält man gerade, wenn T_2/T klein, d. h. $i_0 \varrho$ groß ist[1]).

1) Der Unterschied wird in diesem Falle allerdings dadurch etwas gemildert, daß sich E_0 im umgekehrten Sinne ändert.

Digitized by Google

Wir wollen nun zeigen, daß bei dauernden Schwingungen zweiter Art das Verhältnis T_2/T weder beliebig klein noch sehr groß sein darf. Wenn wir T_2/T immer größer werden lassen und dabei zunächst annehmen, daß E_0 unverändert bleibe, so verläuft die Linie AB (Abb. 9) immer flacher, und die negative Spannung am Bogen hält während immer längerer Zeit an. Schließlich überwindet sie den Entladeverzug und zündet den Lichtbogen in umgekehrter Richtung. Das ist durchaus plausibel, wenn man bedenkt, daß eine um wenig höhere Spannung den Lichtbogen bei B noch gezündet hat, trotzdem dieser vorher während der Zeit T_2 erloschen war. Man erhält also jetzt das Schwingungsphänomen dritter Art, wie es in § 5d besprochen worden ist. In Wirklichkeit ist E_0 nicht konstant, sondern nimmt mit wachsendem T_2 ebenfalls zu; hierdurch wird natürlich das Rückzünden noch begünstigt. In der Nähe der Grenze des Gebiets der Schwingungen zweiter und dritter Art erhält man nur eine einmalige Rückzündung, bei weiterer Verkleinerung von i_0 oder ϱ mehrmaliges Rückzünden[1]). Eine Grenze ist dem schließlich dadurch gesetzt, daß $e_0 + E_0$ bei sehr großer Periode T_2 zuletzt in die statische Überschlagsspannung des Elektrodenabstands übergeht und dann natürlich nicht weiter wachsen kann. Ist die Betriebsspannung E klein, und sorgt man nicht durch Einschalten einer entsprechend großen Selbstinduktivität in die Zuleitung des Stromes i_0 dafür, daß trotzdem am Lichtbogen genügend hohe Spannungen auftreten können, so werden selbstredend die erwähnten Erscheinungsformen nicht sämtlich durchlaufen; der Lichtbogen erlischt, sobald $E_0 + e_0 > E - i_0 R$ geworden ist. Dabei kann möglicherweise die Grenze zwischen dem Gebiete der Schwingungen zweiter und dritter Art noch gar nicht erreicht sein.

Läßt man umgekehrt T_2/T immer kleiner werden, so nähert man sich mehr und mehr der Schwingungsform 1. Art, die für $T_2 = 0$ erreicht würde. Man kann indes zeigen, daß eine nach dem Barkhausenschen Normalschema (Abb. 8 u. 9) verlaufende Schwingung 2. Art unmöglich in stetiger Weise in eine Schwingung erster Art übergehen kann. Wir werden diesen Nachweis zunächst mittels rein energetischer

1) Die Schwingungsform dritter Art ist, wie jeder Experimentator auf diesem Gebiete bestätigen kann, ein äußerst unregelmäßiges Phänomen; vgl. hierzu auch Barkhausen, Jahrbuch d. drahtl. Telegr. u. Telephonie Bd. 1, S. 254, Abb. 13 u. 14.

Digitized by Google

Betrachtungen durchführen. Wenn es experimentell in besonderen Fällen gelingt, durch stetige Variation der elektrischen Größen (i_0, ϱ oder andere) Schwingungen 2. Art stetig in solche erster Art überzuführen, so ist das nur so möglich, daß die Schwingungen zweiter Art bei kleinen Werten von T_2/T die Barkhausensche Charakteristik (Abb. 8) nicht mehr befolgen. Im allgemeinen aber gelingt auch experimentell die Herstellung eines stetigen Übergangs der einen Schwingungsform in die andere gar nicht; vielmehr geschieht bei stetiger Veränderung der Schwingungsparameter (i_0, ϱ, ...) der Übergang selbst sprungartig, wobei auch die Charakteristik sich plötzlich ändert.

Wie schon erwähnt, führt die Betrachtung der Energieverhältnisse zum Resultat, daß bei Schwingungen zweiter Art T_2/T nicht unter eine gewisse Grenze sinken darf. Die Betrachtung muß natürlich an einer Schwingung durchgeführt werden, die wirklich Energie verbraucht, also gedämpft ist. Bei der Entwicklung der Abb. 9 und der Formeln (40a) bis (40g) hatten wir die Dämpfung vernachlässigt. Wenn die Dämpfung, wie in allen praktischen Fällen, klein ist, so gibt indes die Formel (40c) den Wert von T_2 noch genügend genau an. Der Kondensator entlädt sich gedämpft, und der Betrag von $e_c - e_0$, der für t_0 (Punkt B) gleich E_0 ist, ist im Moment t_1 nicht wie früher ebenfalls E_0, sondern nur noch

$$E_0 \varepsilon^{-\alpha T_1} = \frac{E_0}{\delta},$$

wo also δ ein wenig größer als 1 ist. Da man den Spannungsabfall des Stromes i_0 im Widerstande w jedenfalls vernachlässigen kann, so ist die Spannung am Bogen in der Periode T_2 mit der Spannung am Kondensator e_c identisch. Deshalb ist der Mittelwert der Spannung am Lichtbogen $\frac{1}{T'}\int_0^{T'} e\,dt$ nicht mehr e_0, sondern

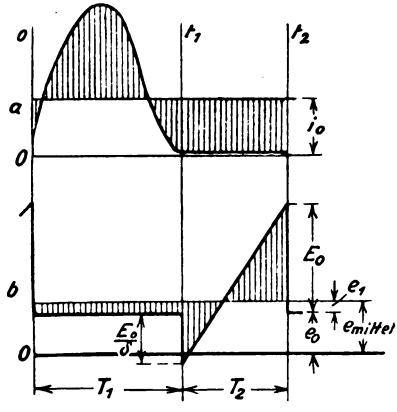


Abb. 10.

Digitized by Google

e_0 + einer kleinen Größe e_1. Durch einfache geometrische Betrachtungen erhält man

$$e_1 = \frac{T_2}{2T'} E_0 \left(1 - \frac{1}{\delta}\right). \tag{41a}$$

In der Abb. 10 ist a die Stromkurve, b die Spannungskurve bei vorhandener Dämpfung; die schraffierten Flächen sind gleich, da i_0 und $e_0 + e_1$ die Mittelwerte bedeuten. Wir bilden nun das Integral

$$A = -\int_0^{t_2} e' i' \, dt = -\int_0^{t_1} e' i' \, dt - \int_{t_1}^{t_2} e' i' \, dt.$$

Es bedeutet die vom Lichtbogen in einer Periode an den Schwingungskreis abgegebene Energie (§ 5c, Gl. 36). Nun ist

$$\int_0^{t_1} e' i' \, dt = -e_1 \int_0^{t_1} i' \, dt = +e_1 \int_{t_1}^{t_2} i' \, dt = -e_1 i_0 T_2$$

$$\int_{t_1}^{t_2} e' i' \, dt = -i_0 \int_{t_1}^{t_2} e' \, dt = +i_0 \int_0^{t_1} e' \, dt = -e_1 i_0 T_1.$$

Daher

$$\int_0^{t_2} e' i' \, dt = -e_1 i_0 T'$$

und somit nach Gl. (41a)

$$A = -\int_0^{t_2} e' i' \, dt = \frac{E_0 i_0}{2} T_2 \left(1 - \frac{1}{\delta}\right). \tag{41b}$$

Das heißt, die vom Lichtbogen an den Schwingungskreis pro Periode abgegebene Energie ist der Dauer des zweiten Periodenteils T_2 direkt proportional. Sie wird also immer kleiner, je kleiner T_2/T ist. Die im Schwingungskreis vergeudete Joulesche Wärme

$$J = \int_0^{t_2} i'^2 w \, dt = w i_{eff}'^2 T' \tag{41c}$$

nimmt auch ab, wenn man T_2/T verkleinert (Gl. 40g, 40c), aber nicht im gleichen Verhältnis wie A; denn auch für $T_2 = 0$ hat J noch den endlichen Wert $\frac{1}{2} w i_0^2 T'$. Ein stationärer Schwingungszustand ist nur möglich, wenn $A = J$, was nach dem eben ausgeführten nicht für beliebig kleine T_2/T erfüllt ist. Der Umstand, daß für kleinere T_2 auch E_0 kleiner ist (da die Krater sich weniger

Digitized by Google

abkühlen, wird schon bei kleinerer Anfangsspannung gezündet), hat nach Gl. (41b) zur Folge, daß A noch stärker abnimmt als T_2, so daß der Bogen schon bei größeren Werten von T_2/T nicht mehr imstande ist, die zur Kompensation der Jouleschen Wärme $\dot{J}$ nötige Energie A herzugeben. Sobald T_2/T diese untere Grenze erreicht hat, so erlöschen entweder die Schwingungen, und man sagt dann, der Bogen ist inaktiv geworden; oder aber, man erhält Schwingungen der ersten Art.

Auch aus gewissen, zuerst von Barkhausen angestellten Stabilitätsbetrachtungen geht hervor, daß T_2/T nicht beliebig klein sein darf; wir kommen später darauf zurück (§ 6 d).

Unsere Betrachtungen haben ergeben, und die Versuche bestätigen es, daß stationäre Schwingungen zweiter Art nur bestehen können, wenn T_2/T nicht zu groß und nicht zu klein ist. Die zulässigen Grenzwerte hängen bei sonst gleichen Verhältnissen in der Weise von der Frequenz ab, daß sie sich mit wachsender Frequenz beide nach oben verschieben. Bezüglich der oberen Grenze erklärt sich das wohl der Hauptsache nach als Folge des besonders die Rückzündung hemmenden Entladeverzugs, für den es natürlich nur auf die absolute Dauer der Periode T_2 ankommt; das Verhältnis T_2/T darf dann mit wachsender Frequenz größer sein, ohne daß es zur Rückzündung kommt.

Die Verschiebung der unteren Grenze von T_2/T kann außer durch die noch zu besprechenden Stabilitätsbetrachtungen auch aus rein energetischen Erwägungen hergeleitet werden. Nach (41c) nimmt die auf eine Periode bezogene Joulesche Wärme $\dot{J}$ bei sonst ungeänderten Verhältnissen proportional mit T' ab; dasselbe muß auch von A gelten. Da nun schon E_0 mit wachsender Frequenz abnimmt (die Krater kühlen sich in der kürzeren Periode T_2 weniger ab), so kann T_2 nicht proportional mit T', also auch nicht proportional mit T, sondern muß langsamer abnehmen. Daraus folgt, daß auch der kleinste zulässige Wert von T_2/T mit wachsender Frequenz zunimmt.

Bei einer bestimmten Frequenz können wir T_2/T und somit auch den ganzen Charakter der Schwingung innerhalb der erwähnten Grenzen beliebig ändern, und zwar, wie aus (40c) hervorgeht, durch Variation von i_0 oder ϱ; E_0 selbst ist einer unmittelbaren Beeinflussung weniger zugänglich. In der Formel kommt das Produkt $i_0 \varrho$ vor, so daß zum Beispiel eine durch Vergrößerung von i_0 hervorgebrachte Veränderung auch durch eine entsprechende

Digitized by Google

Vergrößerung von ϱ hervorgerufen oder umgekehrt durch eine entsprechende Verkleinerung von ϱ wieder rückgängig gemacht werden kann. Das ist besonders vom experimentellen Standpunkt aus häufig sehr bequem. Immerhin ist diese Äquivalenz keine unbegrenzte, und man darf nicht meinen, daß es nur auf das Produkt $i_0 \varrho$ ankomme, damit eine Schwingung existenzfähig sei. Damit überhaupt ein Bogen bestehen könne, darf i_0 nicht unter eine gewisse Grenze sinken (bei geringerem Strom erhält man eine Glimmstromentladung, wenn die Bedingungen des Stromkreises dafür passen; andernfalls überhaupt keinen Strom); demgemäß darf ϱ eine gewisse obere Grenze ϱ_{max} nicht überschreiten, wenn das Verhältnis T_2/T an eine untere Grenze gebunden ist. Ebensowenig darf man ϱ beliebig klein machen; denn zu große Werte von T_2/T ziehen Rückzündung nach sich, und um sie zu vermeiden, müßte man i_0 größer und größer werden lassen. Damit würde wegen Gl. (40g) auch die Joulesche Wärme unbegrenzt anwachsen, und zwar wie $\frac{1}{\varrho^2}$, weil $i_0 \varrho$ konstant sein soll. Die dem Schwingungskreis vom Bogen gelieferte Energie A wächst nach (41b) und (40c) aber nur wie $\frac{1}{\varrho}$, so daß man zur Vermeidung der Rückzündung bei abnehmendem ϱ den Strom i_0 schließlich so stark steigern muß, das die Schwingungen aufhören, d. h. der Bogen inaktiv wird. In diesem Fall rücken also die Grenzen $(T_2/T)_{min}$ und $(T_2/T)_{max}$ schließlich zusammen, und es gibt überhaupt kein Gebiet mehr, in dem Schwingungen 2. Art bestehen könnten. Der charakteristische Widerstand ϱ hat also für die Schwingungen 2. Art eine fundamentale Bedeutung; daß er bei sonst ungeänderten Verhältnissen nur in gewissen Grenzen variiert werden darf, ist von den Experimentatoren zwar gelegentlich bemerkt[1]), aber nie recht gewürdigt worden. Erst die geschickte Wahl der Größen i_0 und ϱ ermöglicht es dem Experimentator in vielen Fällen, Schwingungen der gewünschten Form oder unter schwierigen Bedingungen Schwingungen überhaupt zu erzeugen. Wie erwähnt, nehmen die Grenzwerte $(T_2/T)_{min}$ und $(T_2/T)_{max}$ mit steigender Frequenz beide zu; die entsprechenden Grenzwerte ϱ_{max} und ϱ_{min} müssen demnach (siehe Gl. 40c) mit steigender Frequenz beide kleiner werden.

1) Banti, „Elettricista“. Bd. 12. 1903„Nuovi fenomeni nel circuito Duddell“.

Digitized by Google

Diese Folgerungen werden durch das Experiment sehr schön bestätigt. Einen Begriff von der Größenordnung der Grenzwerte von ϱ gibt die folgende Tabelle; die Werte gelten für einen in freier Luft brennenden Bogen von etwa 1 mm Länge mit der in § 8a beschriebenen Versuchsanordnung.

Anode	Kathode	Frequenz $n = \frac{\omega}{2\pi}$	ϱ_{min} Ohm
Cu oder Al	Cu oder Al	7 300	< 178
„	„	100 000	120
„	„	375 000	82,5
Al	Al	1 500 000	25,5
Kohle	Cu	236 000	< 10,4

Anode	Kathode	Frequenz $n = \frac{\omega}{2\pi}$	ϱ_{max} Ohm
Cu	Cu	86 200	5420
Cu oder Al	Cu oder Al	138 000	3380
„	„	252 000	> 1550
Zu	Zu	252 000	< 1550
Cu oder Al	Cu oder Al	820 000	500
Al	Al	5 180 000	> 348
„	„	10 300 000	> 175
Kohle	Cu	123 000	750
„	„	1 750 000	< 275

c) Die Oberschwingungen.

Wie aus der Abb. 9 hervorgeht, ist die Stromkurve des Wechselstroms i' keine Sinuskurve. Sie setzt sich vielmehr aus einem Teil einer vollen Sinuswelle und einem geradlinigen Stück zusammen. Je kleiner das Verhältnis T_2/T ist, um so mehr nähert sich die wirkliche Stromkurve einer Sinuskurve; das ist nach den soeben angestellten Betrachtungen für große Werte von $i_0\varrho$, also bei gegebenem Strom i_0 für große Werte von ϱ am besten erfüllt. Dann ist aber die erzeugte Wechselstromamplitude i'_{max} gerade am kleinsten (Gl. 40g, S. 45). Reinheit und Stärke der Schwingungen sind also auch hier einander widersprechende Bedingungen. Wo es, wie z. B. für Meßzwecke[1])

1) Heinke, Elektrot. Zeitschr. 1907, S. 913.

Digitized by Google

weniger auf die Stärke, sehr dagegen auf die Sinusform des Stroms ankommt, wird man es vorziehen, mit den größtmöglichen Werten des charakteristischen Widerstands ϱ zu arbeiten. Verlangt man möglichst intensive Schwingungen, so wird man kleine Werte von ϱ nehmen, muß sich aber zunächst fragen, ob die hier stark ausgeprägten Oberschwingungen keinen störenden Einfluß ausüben.

Man kann die in Abb. 9 dargestellte Stromkurve ganz allgemein auf rechnerischem Wege in ihre Harmonischen zerlegen; wir wollen aber der Einfachheit wegen diese Rechnung nur für den besonders krassen und daher hauptsächlich interessierenden Fall durchführen, daß die Periode T_2 mehrfach größer (praktisch mindestens zwei bis dreimal so groß) ist, als die Periode T_1. Dann ist nämlich T_3 klein gegen T_1, und man kann ohne großen Fehler annehmen, daß die Nullinie der Sinuskurve die Zeitachse selbst sei, an Stelle der zu ihr im Abstand i_0 parallelen Geraden. Dann erhält man für die Kurve des Bogenstroms das einfache Bild der Abb. 11. Das Intervall $x = 0$ bis $x = 2\pi$ entspricht der Dauer einer vollen Periode T'; die Intervalle von 0 bis $\alpha\pi$ und von $2\pi - \alpha\pi$ bis 2π entsprechen dem Periodenteil T_2 (α ist eine Zahl zwischen null und eins; je näher α an eins liegt, um so größer ist T_2/T).

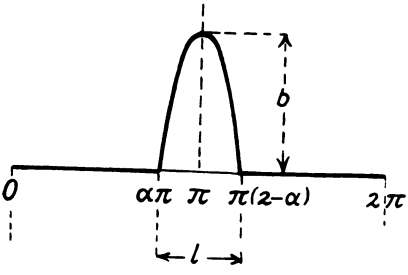


Abb. 11.

Dem Periodenteil T_1 endlich entspricht das Intervall $l = 2\pi - 2\alpha\pi$

$$l = 2\pi(1 - \alpha). \qquad \text{(a)}$$

Die Funktion $f(x)$, die in eine Fouriersche Reihe aufzulösen ist, hat daher die Werte

$$\left.\begin{aligned} &f(x) = 0 \text{ von } 0 \text{ bis } \alpha\pi \\ &f(x) = b \sin \frac{\pi}{l}\left(x - \alpha\pi\right) = b \sin \frac{x - \alpha\pi}{2(1-\alpha)} \text{ von } \alpha\pi \text{ bis } \pi(2-\alpha) \\ &f(x) = 0 \text{ von } \pi(2-a) \text{ bis } 2\pi. \end{aligned}\right\} \text{(b)}$$

Sie ist symmetrisch um $x = \pi$ oder $x = 0$; daher ist in der Entwicklung

$$\begin{aligned} f(x) = a_0 &+ a_1 \cos x + a_2 \cos 2x + \cdots\cdots \\ &+ b_1 \sin x + b_2 \sin 2x + \cdots\cdots \end{aligned} \qquad \text{(c)}$$

Digitized by Google

$$b_1 = b_2 = b_3 = \cdots = 0\,. \qquad \text{(d)}$$

Die Berechnung der Koeffizienten a_0, a_1, a_2 $\cdots$ geschieht in bekannter Weise. Man erhält

$$a_0 = \frac{1}{2\pi}\int_{\alpha\pi}^{\pi(2-\alpha)} b \sin\frac{x-\alpha\pi}{2(1-\alpha)}\,dx = \frac{1}{\pi}\int_{\alpha\pi}^{\pi} b \sin\frac{x-\alpha\pi}{2(1-\alpha)}\,dx = \frac{2b(1-\alpha)}{\pi} \qquad \text{(e)}$$

a_0 bedeutet den Mittelwert des Bogenstroms und ist darum identisch mit i_0; b ist sehr angenähert gleich $i'_{\max}$. Ferner ergibt sich

$$a_\lambda = \frac{2b}{\pi}\int_{\alpha\pi}^{\pi} \sin\frac{x-\alpha\pi}{2(1-\alpha)} \cos\lambda x\cdot dx$$

$$= \frac{b}{\pi}\int_{\alpha\pi}^{\pi}\left\{\sin\left(\frac{x-\alpha\pi}{2(1-\alpha)} + \lambda x\right) + \sin\left(\frac{x-\alpha\pi}{2(1-\alpha)} - \lambda x\right)\right\} dx\,.$$

Der Wert des zweiten Integrals fällt verschieden aus, je nachdem λ gleich oder nicht gleich $\frac{1}{2(1-\alpha)}$ ist. Betrachten wir zuerst den letzten Fall. Dann ergibt sich

$$a_\lambda = \frac{4b}{\pi}\cos\alpha\lambda\pi\cdot\frac{1-\alpha}{1-4\lambda^2(1-\alpha)^2}. \qquad \text{(f)}$$

Ist aber $\lambda = \frac{1}{2(1-\alpha)}$, so liefert dieser Ausdruck den unbestimmten Ausdruck null mal unendlich. Da λ seiner Natur nach eine ganze Zahl ist, so tritt der Fall nur ein, wenn $(1-\alpha)$ einer der echten Brüche

$$\frac{1}{2},\ \frac{1}{4},\ \frac{1}{6},\ \cdots\ \frac{1}{2\lambda},$$

oder wenn

$$\alpha = \frac{1}{2},\ \frac{3}{4},\ \frac{5}{6},\ \cdots\ \frac{2\lambda-1}{2\lambda}$$

ist. In solchen Sonderfällen muß man den Wert $\lambda = \frac{1}{2(1-\alpha)}$ von vornherein in den Integralausdruck für a_λ einsetzen und erhält

$$a_\lambda = b(1-\alpha)(-1)^\lambda, \text{ gültig für } \lambda = \frac{1}{2(1-\alpha)}. \qquad \text{(g)}$$

Digitized by Google

Der Fall tritt ein z. B. bei $\alpha = \frac{5}{6}$ und $\lambda = 3$, oder $\alpha = \frac{11}{12}$ und $\lambda = 6$, usw.

Der Wert $\alpha = \frac{5}{6}$ bedeutet $\frac{T_2}{T_1} = 5$ oder $\frac{T_2}{T} = \sim 2{,}5$.

Für $\alpha = \frac{5}{6}$ ergeben die Formeln (e), (f), (g)

$$\begin{aligned} a_0 &= 0{,}106\, b & a_4 &= 0{,}1365\, b \\ a_1 &= -0{,}207\, b & a_5 &= -0{,}103\, b \\ a_2 &= 0{,}191\, b & a_6 &= 0{,}0707\, b \\ a_3 &= -0{,}167\, b & a_{10} &= -0{,}0105\, b \end{aligned}$$

$$a_9 = a_{15} = a_{21} = \cdots = 0.$$

Man ersieht aus dieser Zusammenstellung, daß der Oberton doppelter und der dreifacher Frequenz kaum schwächer sind, als die Grundschwingung; der Ton fünffacher Frequenz ist noch halb so stark, und erst von der zehnfachen Frequenz ab bleibt die Stärke der Obertöne unter 5 Proz. der Stärke des Grundtons.

Noch schlimmer wird es in der Hinsicht mit $\alpha = \frac{11}{12}$, das einem Werte von $T_2/T = \sim 5{,}5$ entspricht. Man erhält nämlich

$$\begin{aligned} a_0 &= 0{,}0531\, b & a_6 &= 0{,}0833\, b \\ a_1 &= -0{,}105\, b & a_8 &= 0{,}0682\, b \\ a_2 &= 0{,}103\, b & a_{12} &= 0{,}0354\, b \\ a_3 &= -0{,}100\, b & a_{18} &= a_{30} = a_{42} = a_{54} = \cdots 0 \\ a_4 &= 0{,}0955\, b & a_{24} &= -0{,}007\, b. \end{aligned}$$

Hier beträgt die Intensität des 12. Obertons noch $^1/_3$, die des 24. Obertons noch 7 Proz. von der Stärke des Grundtons.

Würden wir einen Kreis, in dem derartige Schwingungen verlaufen, auf einen Dönitzschen Wellenmesser[1]) oder irgendein anderes Resonanzinstrument wirken lassen, so erhielten wir nicht nur eine einzige, sondern eine ganze Reihe von Resonanzeinstellungen. Nun hängt die Stärke des erhaltenen Maximums außer von der Stärke der erregenden Schwingung oft auch noch von besonderen Eigenschaften des Meßkreises ab, so daß möglicherweise ein Oberton von niedriger Ordnung einen stärkeren Ausschlag ergibt als der Grundton; damit ist Irrtümern bei sol-

1) J. Dönitz, Elektrot. Zeitschr. 1903, S. 920.

Digitized by Google

chen Messungen Tür und Tor geöffnet (§ 8b, S. 80). Bei meinen Versuchen habe ich oft über den ganzen Meßbereich des etwa sechs Oktaven fassenden Wellenmessers Obertöne verteilt gefunden.

d) Die Zündung; Stabilitätsbetrachtungen.

Trotzdem die Schwingungen zweiter Art, insbesondere beim Lichtbogen zwischen Metallelektroden, häufig überraschend genau nach dem Barkhausenschen Schema (Abb. 8 und 9) verlaufen, so sind doch die daraus abgeleiteten Formeln (§ 6b) wenig geeignet zu quantitativen Schlüssen. Das kommt daher, daß die Anfangsspannung E_0 eine Größe ist, die außer von der Anordnung des Bogens auch sehr wesentlich vom Stromverlauf selbst abhängt. Das Zünden ist ein physikalisch noch wenig erforschter Vorgang. Man weiß kaum mehr, als daß die Zündspannung heruntergeht, wenn man die Elektroden erwärmt. Eine naheliegende Annahme, die allerdings nur nachträglich auf Grund von Experimenten gerechtfertigt werden kann, ist die, daß die Anfangsspannung E_0 bei einer bestimmten Anordnung des Bogens allein durch die Größe S bestimmt sei:

$$E_0 = f(S). \tag{42}$$

Die Funktion $f(S)$ muß so beschaffen sein, daß sie für kalte Elektroden, zwischen denen noch kein Bogen brennt, also für $S = 0$ die sogenannte statische Anfangsspannung E (= Durchschlagsspannung der Luftstrecke mit den betreffenden Elektroden vermindert um e_0) ergibt:

$$f(S) = E \text{ für } S = 0. \tag{42a}$$

Befinden sich umgekehrt die Elektroden und die Gasstrecke in höchster Weißglut (S sehr groß), so ist E_0 äußerst klein. Im Grenzfall muß demnach gelten

$$f(S) = 0 \text{ für } S = \infty. \tag{42b}$$

Ein einfacher Ansatz für $f(S)$, der diesen beiden Bedingungen genügt, ist zum Beispiel

$$E_0 = f(S) = \frac{E S_0}{S + S_0}. \tag{42c}$$

S_0 ist eine Konstante und ein Maß dafür, wie schnell E_0 mit wachsendem S abnimmt; S_0 ist derjenige Wert von S, für den E_0 auf die Hälfte von E herabgesunken ist.

Digitized by Google

Betrachten wir nun die Periode T_2, während der der Bogen erloschen ist! Zu Anfang dieser Periode habe S den Wert S_a. Da in ihr dem Bogen keine Leistung zugeführt wird, so gilt (Gl. 29, § 5a)

$$WS + L\frac{dS}{dt} = 0.$$

Rechnen wir die Zeit t hier vom Beginn der Periode T_2 an, wo also $S = S_a$ vorgeschrieben ist, so erhält man als Lösung dieser Gleichung

$$S = S_a \varepsilon^{-\beta t} \text{ mit } \beta = \frac{W}{L}. \tag{43a}$$

S nimmt demnach nach einem Exponentialgesetze ab, die Anfangsspannung E_0 muß also wachsen. Auch die Spannung am Bogen wächst in dieser Periode an, und zwar nach Abb. 9 linear mit t. Sobald nun diese Spannung dem Betrage nach gleich der um e_0 vermehrten Anfangsspannung geworden ist, wird der Bogen gezündet (Punkt B der Abb. 9). Kennt man das Gesetz $E_0 = f(S)$, so kann man diese Erscheinung rechnerisch verfolgen. Setzt man z. B. das Gesetz (42c) voraus, so erhält man nach (43a)

$$E_0 = \frac{ES_0}{S_0 + S_a\varepsilon^{-\beta t}}. \tag{43b}$$

Dies wäre also die Gleichung der „Zündkurve", so genannt, weil $E_0 + e_0$ die in jedem Momente t zur Zündung des Bogens nötige Spannung ist. Dabei handelt es sich — wohlgemerkt — um Zündung im richtigen Sinne, nicht etwa um die Rückzündung.

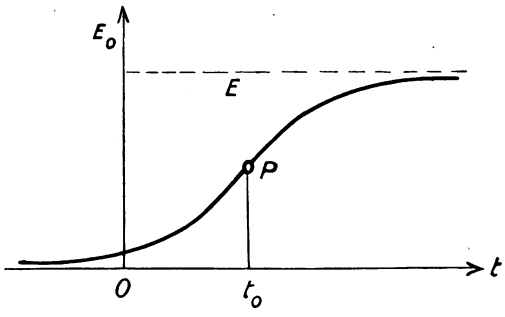


Abb. 12.

Die Zündkurve ist keine für die betreffende Bogenanordnung charakteristische Kurve, sondern sie hängt auch von der Vorgeschichte des Bogens ab; in (43b) kommt das durch die Größe S_a zum Ausdruck. Die Form einer solchen Kurve ist die in Abb. 12 dargestellte. Jedoch lassen sich alle Zündkurven zur Deckung bringen, wenn man sie parallel der Zeitachse ver-

Digitized by Google

schiebt, d. h. den Nullpunkt der Zeit passend wählt[1]). Darum ist auch in Abb. 12 die Kurve noch für negative t gezeichnet. Kommen große Werte von S_a in Frage, so verschiebt sich der Nullpunkt der Zeit nach links, andernfalls nach rechts. Die Kurve hat im Punkte P zur Zeit t_0 einen Wendepunkt. Seine Lage bestimmt sich mit Hilfe der Beziehung $d^2E_0/dt^2 = 0$ aus (43b):

$$t_0 = \frac{1}{\beta} \ln \frac{S_a}{S_0}.$$

Der Nullpunkt der Zeit fällt gerade in den Wendepunkt, wenn $S_a = S_0$ ist.

An den Begriff der Zündkurve läßt sich eine von Barkhausen angegebene Stabilitätsbetrachtung[2]) anschließen. Wir denken uns den Teil der Abb. 9, der sich auf die Periode T_2 bezieht, noch einmal herausgezeichnet und auch die Zündkurve in diese Abbildung eingetragen (Abb. 13). In Punkt B, wo die Spannung am Bogen die Zündspannung erreicht hat, findet die Zündung statt; man hat eine Anfangsspannung $DF = E_0$. Der Verlauf der Erscheinung in der nun folgenden Periode T_1 bringt es mit sich, daß nach Ablauf dieser Periode am Bogen eine negative Spannung GA besteht, wo A durch die Bedingung bestimmt ist, daß auch $DA = E_0$ sein muß. Damit die nächstfolgende Zündung wieder im gleichen Punkte B der Zündkurve eintrete, muß der lineare Anstieg der Bogenspannung in der Periode T_2 so erfolgen, daß

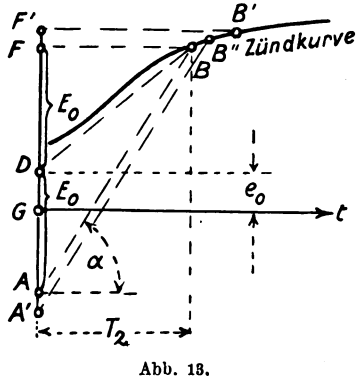


Abb. 13.

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{2E_0}{T_2} = i_0 \varrho \omega = \frac{i_0}{C} \tag{44}$$

ist. Man sieht, wie jede Vergrößerung von i_0, ϱ, ω eine Versteilerung der Linie AB und damit eine Verkleinerung von E_0 hervorruft, abgesehen davon, daß dabei außerdem die Zündkurve sich parallel der positiven t-Achse verschiebt, was im selben

1) Es ist $S_b \varepsilon^{-\beta t} = S_a \varepsilon^{-\beta(t_1 + t)}$, wenn $t_1 = \frac{1}{\beta} \ln \frac{S_a}{S_b}$ gewählt wird.

2) Göttinger Dissertation § 44, 45.

Digitized by Google

Sinne wirkt. Um zu untersuchen, ob der durch (44) definierte Schnittpunkt B einen stationär stabilen Betrieb gewährleistet, denke man sich infolge der Wirkung irgendeines äußeren Zufalls die Zündung in einem dem Punkte B benachbarten Punkte B' erfolgt. Dem entspricht eine Anfangsspannung DF'; folglich beginnt beim nächsten Erlöschen des Bogens die nunmehr kommende Periode T_2 mit einer Spannung GA' am Bogen, wo $DA' = DF'$. Der Anstieg der Spannung geschieht, da i_0, ϱ, ω unverändert geblieben sind, unter demselben Winkel α, und man ersieht aus der Abb. 13, daß die nächste Zündung nicht in B', sondern in B'' erfolgt. Bei den in der Zeichnung angenommenen Verhältnissen liegt B'' näher an B als B'; nach Ablauf einer weiteren Periode wird noch näher an B gezündet, und so fort, so daß nach einigen Perioden die Störung merklich beseitigt ist und die weiteren Zündungen in B stattfinden. Ähnliches ergibt sich, wenn man annimmt, daß zufälligerweise einmal eine Zündung zu früh einsetzt, das heißt, B' unterhalb B liegt. Man hat demnach B als einen stabilen Betriebspunkt zu bezeichnen. Die Bedingung dafür ist, wie man sich leicht an Hand der Abbildung überzeugt, daß die Gerade DB die Zündkurve in B von unten her schneidet, das heißt die Tangente an die Zündkurve in B weniger steil ist, als die Gerade DB. Würde die Gerade DB mit der Zündkurve zusammenfallen, so würden, wenn einmal zufälligerweise eine Zündung in einem von B verschiedenen Punkte B' eingetreten wäre, auch alle nachfolgenden Zündungen in B' geschehen; die einmal künstlich hervorgebrachte Störung bliebe dauernd bestehen, weshalb Barkhausen die Gerade DB die „indifferente Linie“ nennt. Verläuft die Zündkurve in B steiler als die indifferente Linie, so ist in B keine Betriebsstabilität vorhanden; die geringste zufällige Störung muß sich mit jeder Neuzündung vergrößern, bis entweder bei viel höherer Anfangsspannung ein stabiler Punkt erreicht ist (wenn nicht vorher bei großer negativer Spannung GA rückgezündet wird oder mangels ausreichender Betriebsspannung der Bogen erlischt) oder mit stets abnehmender Anfangsspannung der Bogen schließlich in den ruhig brennenden „inaktiven“ Zustand übergeht, sofern nicht die Verhältnisse stationäre Schwingungen erster Art gestatten.

Barkhausen hat diese Betrachtungen noch auf den Fall ausgedehnt, daß eine merkliche Dämpfung der Schwingungen vorliegt, oder daß i_0 selbst nicht genau konstant bleibt (keine Selbst-

Digitized by Google

induktivität und geringer Widerstand in der Zuleitung von der Stromquelle); dann wird die indifferente Linie im allgemeinen zu einer krummen Linie. Am Ergebnis wird durch diese Verfeinerung der Betrachtungen indes wenig geändert; wir begnügen uns hier damit, auf sie hinzuweisen.

Wir haben (§ 6b) gesehen, daß schon die Energieverhältnisse nicht gestatten, daß $T_2/T = \frac{1}{2\pi} T_2 \omega$ beliebig klein werde. Wir können nun leicht zeigen, daß dies auch aus Gründen der Betriebsstabilität nicht zulässig ist. Es ist nämlich nach Gl. (44)

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{2E_0}{T_2} = \frac{2E_0 \omega}{(\omega T_2)}.$$

Je kleiner ωT_2, um so steiler verläuft hiernach die Linie AB. Tritt nun der Wendepunkt P der Zündkurve (Abb. 12) zu einer positiven Zeit t_0 ein, so kann es bei einer stets steiler verlaufenden indifferenten Linie DB (Abb. 13) schließlich dahin kommen, daß die indifferente Linie die Zündkurve tangiert. In diesem Moment hört die Stabilität der Schwingungen auf; für größere α, d. h. größere i_0, ϱ oder ω gibt es keine stationären Schwingungen zweiter Art. Wie man aus (44) erkennt, hängt α vom Produkt $i_0 \varrho \omega$ ab; wenn also das Produkt einen gewissen Betrag nicht überschreiten soll, außerdem der Strom i_0 nicht unter eine bestimmte Grenze sinken darf, wenn überhaupt noch ein Bogen möglich sein soll, so sieht man, daß für ϱ eine obere Grenze ϱ_{max} besteht, die selbst mit wachsender Frequenz ω abnehmen muß. Die mit wachsendem $i_0 \varrho \omega$ eintretende Verschiebung der Zündkurve im Sinne positiver t hat nur die Wirkung, daß die erwähnte Stabilitätsgrenze noch früher erreicht wird, als wenn die Zündkurve unverändert bliebe. Ob im einzelnen Fall energetische oder Stabilitätsgründe die Grenze ϱ_{max} bestimmen, läßt sich nicht sagen, solange der Zündungsvorgang noch so wenig erforscht ist.

e) Die Betrachtungsweise von Barkhausen im Lichte der Simonschen Theorie.

Die Barkhausensche Betrachtungsweise der Schwingungen zweiter Art stützt sich im wesentlichen auf die Annahme einer einfachen dynamischen Charakteristik, wie sie in Abb. 8 darge-

Digitized by Google

stellt ist. Ein Kriterium dafür, wann diese Annahme zulässig ist, liefert die Simonsche Theorie. Die Gleichung

$$ei = WS + L\frac{dS}{dt}$$

erlaubt uns, den Verlauf des Parameters S zu bestimmen, wenn das Zeitgesetz der Leistung

$$ei = f(t)$$

und der Wert von S im Moment $t = 0$, nämlich $S(0)$ gegeben ist. Man erhält durch Integration

$$S = \frac{1}{L}\int_0^t \varepsilon^{\beta(\vartheta - t)} f(\vartheta)\, d\vartheta + S(0)\,\varepsilon^{-\beta t}, \tag{45a}$$

wo β eine Abkürzung für $\frac{W}{L}$ ist. In der Periode T_1 ist

$$ei = f(t) = e_0\,[i_0 + i'_{\max}\sin(\omega t - \varphi)]. \tag{45b}$$

Darin ist nach Abb. 9 $\varphi = \omega T_3$ und $i'_{\max} = i_0/\sin\varphi$. Daher kann man die letzte Gleichung auch in der Form schreiben

$$ei = e_0\, i_0\left(1 + \frac{\sin(\omega t - \varphi)}{\sin\varphi}\right). \tag{45c}$$

Den Wert von S zu Beginn der Periode T_1, das ist $S(0)$, bezeichnen wir mit S_B und erhalten somit durch Ausführung der Integration in (45a)

$$WS = e_0\, i_0\left\{1 + \frac{\cos\psi}{\sin\varphi}\sin(\omega t - \varphi - \psi) - \varepsilon^{-\beta t}\left(1 - \frac{\cos\psi}{\sin\varphi}\sin(\varphi + \psi)\right)\right\} + WS_B\varepsilon^{-\beta t}, \tag{45d}$$

ψ bestimmt sich aus der Gleichung

$$\operatorname{tg}\psi = \frac{\omega}{\beta}, \tag{45e}$$

ψ ist der Phasenwinkel, um den der Parameter S hinter der Leistung ei nacheilt, wenn diese rein sinusförmig variiert. Je größer diese Phasenverschiebung ist, um so mehr wird die dynamische Charakteristik zu einer steigenden[1]), um so weniger gut ist der Bogen als Schwingungserreger geeignet. Nach

1) H. Th. Simon, Phys. Zeitschr. **7**, 433, 1906.

Digitized by Google

den Versuchen Roschanskys[1]) hat beim Lichtbogen zwischen Metallelektroden ψ noch bei 500000 Perioden kleine Werte. Dieser Fall darf also besonderes technisches Interesse beanspruchen; setzen wir ihn voraus, so ist annäherud $\cos\psi = 1$, $\sin\psi = \operatorname{tg}\psi$ und β/ω eine Zahl, die groß gegen 1 ist. Dann ist, da schon ωt zu Ende der Periode T_1 den Wert $\pi + 2\varphi$ erreicht (Abb. 9), $\varepsilon^{-\beta t}$ nur ganz zu Anfang dieser Periode nicht verschwindend klein, und für den größten Teil der Periode T_1 ist sehr angenähert

$$WS = e_0 i_0 \left[1 + \frac{\sin(\omega t - \varphi)}{\sin\varphi}\right]. \qquad (45\,\mathrm{f})$$

Da wir den Anfang der Periode T_1 außer Betracht gelassen haben, so folgt auch, daß sehr kleine Werte von WS ausgeschlossen sind; dann ist nach Gl. (27) und (30) (§ 5a, S. 22, 24)

$$e = \frac{a^2 i}{WS}.$$

Setzt man in diesen Ausdruck

$$i = i_0 \left[1 + \frac{\sin(\omega t - \varphi)}{\sin\varphi}\right]$$

und für WS den Wert aus Gl. (45f) ein, so folgt

$$e = \frac{a^2}{e_0} = \text{const.}$$

Die Annahme einer dynamischen Charakteristik nach Abb. 8 mit konstanter Bogenspannung $e = e_0$ während der Periode T_1 steht also auch im Einklang mit der Simonschen Lichtbogentheorie. Man erkennt weiter, daß die Spannung e_0 identisch ist mit der Konstanten a der Ayrtonschen statischen Charakteristik; in der Tat haben auch die Messungen von Roschansky entsprechende Werte von e_0 ergeben (siehe § 5d). Endlich ersieht man, an welche Voraussetzungen die Charakteristik nach Abb. 8 gebunden ist: es darf ψ nicht zu groß werden. ψ wächst mit der Frequenz $\frac{\omega}{2\pi}$; die Mittel zur Verkleinerung von ψ sind die in § 5c angegebenen Mittel zur Vergrößerung von $\beta = \frac{W}{L}$.

---

1) D. Roschansky, Phys. Zeitschr. 9, 627, 1908; man beachte, daß bei Roschansky der Winkel ψ das Komplement des hier gemeinten Winkels bedeutet.

Digitized by Google

In der Periode T_2 ist das Zeitgesetz der Leistung $ei = f(t) = 0$. Hiermit ergibt sich aus (45a)

$$WS = WS_A \varepsilon^{-\beta t} \tag{45g}$$

und insbesondere

$$WS_B = WS_A \varepsilon^{-\beta T_2}. \tag{45h}$$

Setzt man in (45d) für t den Wert T_1, so wird $S = S_A$. Drückt man dann noch S_B nach (45h) durch S_A aus, so kann man S_A berechnen; man erhält nach einer leichten Umformung

$$WS_A\{1 - \varepsilon^{-\beta(T_1+T_2)}\} = e_0 i_0 \left[\sin^2\psi(1 - \varepsilon^{-\beta T_1}) + (1 + \varepsilon^{-\beta T_1})\frac{\sin 2\psi}{2 \operatorname{tg} \varphi}\right]$$

Bei kleinem ψ verschwinden die Exponentialfunktionen neben 1, ebenso $\sin^2\psi$ neben $\sin 2\psi$, das angenähert $= 2 \operatorname{tg} \psi$ wird; hiermit vereinfacht sich der Ausdruck zu

$$WS_A = e_0 i_0 \frac{\operatorname{tg} \psi}{\operatorname{tg} \varphi} = \frac{e_0 E_0}{\varrho} \operatorname{tg} \psi. \tag{45i}$$

Maßgebend für die Zündung an der Stelle B (Abb. 9) ist besonders der Wert von S an dieser Stelle, also S_B. Nun nimmt in (45h) $\varepsilon^{-\beta T_2}$ unter unserer Voraussetzung (ψ klein, das heißt β groß gegen ω) stets sehr kleine Werte an, sofern nicht T_2 gegen T_1 extrem klein ist. Das ist aber aus energetischen und Stabilitätsgründen ausgeschlossen, weil sonst der Bogen inaktiv würde. Man hat demnach bei den Schwingungen zweiter Art stets mit sehr kleinen Werten von S_B zu rechnen. Wenn auch für die kleinen Werte von S der Ansatz (42c) für die Anfangsspannung zuträfe, so hätte man zu erwarten, daß in der Mehrzahl der Fälle E_0 nahezu gleich E = der statischen Anfangsspannung wird. Nach den Versuchen ist aber meistens E_0 viel kleiner als E. Der Ansatz (42c) kann demnach für kleine S nicht richtig sein; vermutlich hängt E_0 noch von einem oder mehreren anderen Parametern ab, deren Einfluß sich besonders bei kleinen Werten von S stark bemerkbar macht. Die Grundlinien einer Theorie, die sich in dieser Richtung bewegt, sind im folgenden mitgeteilt.

f) Versuch einer Erweiterung der Simonschen Lichtbogentheorie.

Die Versuche von Simon (§ 5c)[1]) und Roschansky (§ 5d) haben gezeigt, daß sich die recht komplizierten Erscheinungen beim

1) Siehe auch „Phys. Zeitschr." **6**, 297, 1905.

Digitized by Google

nichtstationären Lichtbogen in sehr einfacher Weise durch Vermittelung eines Parameters S beschreiben lassen. Wir haben aber schon am Schlusse von § 5d angedeutet, daß dieser Parameter möglicherweise nicht die einfache, aus rein thermischen Erwägungen hervorgehende Bedeutung hat, die ihm ursprünglich zugeschrieben worden ist, nämlich die Bedeutung des Produkts aus der Temperatur und der Fläche des negativen Kraters (§ 5a). Gegen diese thermische Interpretation von S lassen sich nämlich einige Bedenken erheben, wie hier zunächst gezeigt werden soll. Es wird sich ergeben, daß eine Gleichung von der Form

$$ei = WS + L\frac{dS}{dt}, \tag{29}$$

in der S das Produkt Temperatur mal Fläche des Kathodenkraters ist, nur bestehen kann, wenn L und W in bestimmter Weise von der Frequenz abhängen, also jedenfalls nicht konstant sind.

Wir betrachten zuerst den allereinfachsten Fall, daß die negative Elektrode ein sehr langer — wir sagen ein unendlich langer — Stab von konstantem Querschnitt F und vom Umfang U sei, dessen Endquerschnitt AB (Abb. 14) vom negativen Krater gerade ausgefüllt sein soll. Die innere Wärmeleitfähigkeit k, die äußere Wärmeleitfähigkeit h[1]), die spezifische Wärme c und die Dichte ϱ sollen konstante, von der Temperatur nicht abhängige Größen sein. Die Temperatur der Umgebung sei als Nullpunkt der Temperaturskala angenommen. Die in dieser Skala gemessene Temperatur u des Stabes ist, wenn dieser nicht sehr dick ist[2]), in allen Punkten eines Querschnitts dieselbe, also als Ortsfunktion nur vom Abstand x des Querschnitts vom Endquerschnitt AB abhängig. Daher gilt für die Verteilung der Temperatur die Differentialgleichung

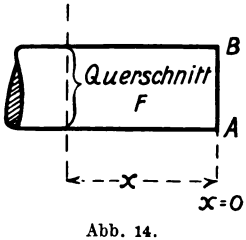


Abb. 14.

$$\frac{\partial u}{\partial t} = a^2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - b^2 u. \tag{46a}$$

1) Siehe Riemann-Weber, Die partiellen Differentialgleichungen der mathemat. Physik, Bd. II, § 31 u. 35, Braunschweig 1901.

2) Ein einfaches Kriterium dafür, wann die Dicke des Stabes einen merklichen Einfluß ausübt, hat F. Emde angegeben, Elektrot. Zeitschr. 1908, S. 799.

Digitized by Google

Darin ist[1])

$$a = \sqrt{\frac{k}{c\varrho}}; \quad b = \sqrt{\frac{h}{c\varrho}} \cdot \frac{U}{F}. \tag{46b}$$

Die bei $x = 0$ zugeführte Leistung sei

$$A = 0{,}24\, ei \text{ gr.-cal/sec.} \tag{46c}$$

Demgemäß haben wir für $x = 0$ die Grenzbedingung

$$A = -k \cdot F \cdot \left|\frac{\partial u}{\partial x}\right|_{x=0}. \tag{46d}$$

Wir denken uns nun den Bogen als Gleichstrombogen brennend und die stationäre Verteilung der Temperatur $u = \varphi(x)$, $\frac{\partial}{\partial t} = 0$ erreicht. $\varphi(x)$ läßt sich mit Hilfe der Gleichungen 46a bis d unter Zugrundelegung einer passenden Leistung A leicht so berechnen, daß für $x = 0$ gerade die dem betreffenden Bogen eigentümliche Kratertemperatur u_0 herauskommt, und u am fernen Ende der Elektrode ($x = \infty$) verschwindet. Wir führen das hier nicht aus, weil es uns nicht weiter interessiert. Nun soll außer der bei $x = 0$ zugeführten Gleichstromleistung noch eine Wechselstromleistung $A = A_0 \cos \omega t$ in die Elektrode eingeleitet werden. Nachdem dann die Temperaturverteilung wieder stationär geworden ist, lagert sich an jeder Stelle der ursprünglichen Temperatur $\varphi(x)$ eine Temperaturschwankung $u(x, t)$ über, die ebenso wie die Leistung die Frequenz $\frac{\omega}{2\pi}$ hat. Die Beziehungen (46a) und (46d), die sich ursprünglich nur auf die wirkliche Temperatur beziehen ($\varphi(x) + u(x,t)$), gelten auch für die Schwankung $u(x,t)$ allein; denn sie sind linear und $\varphi(x)$ genügt ihnen auch. Wir dürfen also in ihnen unter u auch die Schwankung allein verstehen. Das soll von jetzt ab geschehen. Die Berechnung von u geschieht am bequemsten durch die symbolische Methode. Setzen wir

$$A = A_0\, \varepsilon^{i\omega t},$$

so ergibt sich für u ein komplexer Ausdruck, dessen reeller Teil die gesuchte Schwankung u ist. Wir versuchen für u den Ansatz

$$u = C\varepsilon^{i(\omega t + mx)}. \tag{46e}$$

Der Wert von m ergibt sich, wenn man diesen Ausdruck in (46a) einsetzt:

1) Riemann-Weber, Bd. II, § 36, S. 92, Gl. 3.

Digitized by Google

$$m^2 = \frac{-b^2 - i\omega}{a^2}.$$

Trennt man m in seinen reellen und seinen imaginären Bestandteil und schreibt

$$m = -\beta + i\alpha, \tag{46f}$$

so erhält man aus der vorigen Gleichung zur Bestimmung von α und β die beiden Gleichungen

$$\begin{aligned} \beta^2 &= \frac{1}{2a^2}\left\{-b^2 + \sqrt{b^4 + \omega^2}\right\} \\ \alpha^2 &= \frac{1}{2a^2}\left\{+b^2 + \sqrt{b^4 + \omega^2}\right\}. \end{aligned} \tag{46g}$$

Sie lassen das Vorzeichen von β und α unbestimmt; damit aber

$$u = C\varepsilon^{-\alpha x}\varepsilon^{i(\omega t - \beta x)}$$

eine in Richtung positiver x gedämpft fortschreitende Wärmewelle bedeute, muß für beide Größen das positive Zeichen gewählt werden.

Ist, wie praktisch meistens, b^2 klein gegen ω, so gilt sehr angenähert

$$\beta = \alpha = \frac{\sqrt{\omega}}{a\sqrt{2}}. \tag{46h}$$

Zur Bestimmung der Konstanten C müssen wir die Grenzbedingung (46d) heranziehen; wir erhalten

$$C = \frac{A_0}{kF(\alpha + i\beta)} = \frac{A_0(\alpha - i\beta)}{kF(\alpha^2 + \beta^2)}.$$

Hiermit ergibt sich

$$u = \frac{A_0(\alpha - i\beta)}{kF(\alpha^2 + \beta^2)}\varepsilon^{-\alpha x}\varepsilon^{i(\omega t - \beta x)}.$$

Der reelle Teil hiervon

$$u = \frac{A_0}{kF\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}}\varepsilon^{-\alpha x}\cos(\omega t - \beta x - \varphi) \tag{47}$$

mit

$$\varphi = \operatorname{arc\,tg}\frac{\beta}{\alpha} \tag{47a}$$

gibt die Schwankung u der Temperatur für jeden Ort und zu jeder Zeit. Insbesondere ist für den Krater ($x = 0$)

Digitized by Google

$$u_0 = \frac{A_0}{kF\sqrt{\alpha^2+\beta^2}} \cos(\omega t - \varphi). \tag{47b}$$

Daraus folgt die Schwankung des Parameters S zu

$$\Delta S = u_0 F = \frac{A_0}{k\sqrt{\alpha^2+\beta^2}} \cos(\omega t - \varphi). \tag{47c}$$

In der Gleichung

$$A = WS + L\frac{dS}{dt}$$

darf man, ihres linearen Charakters wegen, für A und S auch die periodisch schwankenden Anteile dieser Größen, $A_0 \cos \omega t$ und ΔS nehmen. Dann läßt sie sich durch das Vektorendiagramm Abb. 15 veranschaulichen. Bedeutet $\Delta S_0 = \frac{A_0}{k\sqrt{\alpha^2+\beta^2}}$ die Amplitude von ΔS, so soll der Vektor $W\Delta S_0$ mit dem ihm um 90° in Phase voreilenden Vektor $L\omega\Delta S_0$ zusammen den Vektor A_0 ergeben, und A_0 soll dem Vektor ΔS_0 nach (47c) um den Winkel φ in Phase voreilen. Daraus ergibt sich

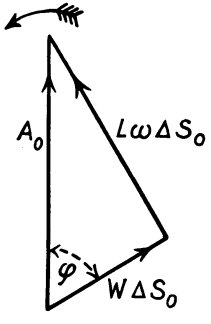


Abb. 15.

$$W\Delta S_0 = A_0 \cos\varphi \qquad L\omega\Delta S_0 = A_0 \sin\varphi$$

und

$$\sin\varphi = \frac{\beta}{\sqrt{\alpha^2+\beta^2}}; \quad \cos\varphi = \frac{\alpha}{\sqrt{\alpha^2+\beta^2}},$$

woraus

$$\left.\begin{aligned} W &= \alpha k \\ L &= \frac{\beta k}{\omega} \end{aligned}\right\}. \tag{47d}$$

Da nach (46g) α und β Funktionen von ω sind, so müssen auch L und W von der Frequenz abhängen.

Betrachten wir zum Beispiel eine Kathode aus Kupfer. Für diese ist [1])

$$k = 0{,}680 \frac{\text{gr-cal}}{{}^0\text{C}\cdot\text{cm}\cdot\text{sec}}, \quad c = 0{,}093 \frac{\text{gr-cal}}{\text{g}\cdot{}^0\text{C}}, \quad a^2 = 0{,}844 \frac{\text{cm}^2}{\text{sec}}.$$

h kann aus der Angabe [2]) berechnet werden, daß 1 m² Oberfläche

1) E. Riecke, Lehrbuch der Physik, Bd. II, S. 584, 691, 695. Leipzig 1908.
2) Uppenborns Kalender für Elektrotechniker, 1909, II. Teil, S. 239.

Digitized by Google

pro ^{0}C 12 bis 14 Watt abgibt. (Die Oberfläche kann matt, gerauht oder oxydiert sein; nur darf sie nicht metallisch glänzen.)

$$h = \frac{13 \cdot 0{,}24}{10^4} = 3{,}12 \cdot 10^{-4} \frac{\text{gr-cal}}{^0\text{C} \cdot \text{cm}^2 \cdot \text{sec}}.$$

Für eine Elektrode von Kreisquerschnitt gilt

$F =$	2 cm^2,	1 cm^2,	0,5 cm^2
$U =$	5,02 cm,	3,55 cm,	2,5 cm
$\frac{U}{F} =$	2,51 cm^{-1},	3,55 cm^{-1},	5 cm^{-1}

Nehmen wir für U/F den höchsten Wert 5 cm^{-1} an, so wird für Cu mit $\varrho = 8{,}9$ g/cm^3

$$b^2 = \frac{h}{c\varrho} \frac{U}{F} = 0{,}0019 \text{ sec}^{-1}.$$

Man sieht, daß schon für 1 Periode/sec ($\omega = 6, 28$) b^2 verschwindend klein gegen ω ist; an Stelle der genauen Formeln (46g) darf man darum stets mit dem Näherungswert (46h) rechnen. Hiermit wird aber nach (47a) $\varphi = 45^0 = \text{const}$. Diese Folgerung steht im Widerspruch mit der Erfahrung; wir haben schon darauf hingewiesen, daß nach den Versuchen Roschanskys bei Metallelektroden noch bei einigen hunderttausend Perioden die Verzögerung φ klein ist; bei sehr hoher Frequenz wächst überdies φ über 45^0 hinaus. Es scheint also, daß man an einer rein thermischen Interpretation des Parameters S nicht festhalten kann.

Dieses Ergebnis wird auch nicht wesentlich dadurch modifiziert, daß der Krater nicht, wie hier angenommen, die ganze Endfläche der Elektrode bedeckt, sondern oft auf einen sehr kleinen Teil dieser Fläche beschränkt bleibt; so daß sich die Wärmewelle vom Krater aus zunächst nicht eben, sondern halbkugelförmig ausbreitet. Man kann diesen Fall übertreiben, indem man sich die Anode inmitten eines in einer unendlichen Kathode befindlichen kugelförmigen Hohlraums denkt, dessen Wandung vom Kathodenkrater bedeckt wird, so daß sich die Wärmewelle kugelförmig ausbreitet. Die Rechnung läßt sich hier ebenso einfach durchführen, wie in dem schon behandelten Falle der ebenen Ausbreitung und liefert im wesentlichen dasselbe Ergebnis. Dieses erfährt schließlich auch dadurch keine grundsätzliche Änderung, daß in dem Falle, in dem der Krater nur einen kleinen Teil der Elektrodenendfläche einnimmt, bei geringerer Frequenz weniger

Digitized by Google

die Temperatur, als vielmehr die Fläche des Kraters periodisch schwankt; bei höherer Frequenz ist es aber umgekehrt, wie wir es zunächst angenommen hatten[1]).

Es erhebt sich nun die Frage nach der physikalischen Bedeutung der Hilfsgröße S, die sich als so geeignet zur Darstellung der Lichtbogenerscheinungen erwiesen hat. Sie hängt jedenfalls mit der glühenden Gasstrecke selbst zusammen, von der aus mehrfachen Beobachtungen[2]) bekannt ist, daß die Ionenverteilung in ihr der zugeführten Leistung ei zwar nicht momentan, aber so rasch nachfolgt, als zur Erklärung der hier vorliegenden Erscheinungen erforderlich ist[3]). S wächst dann mit dem Ionisationsgrad β und dem Volumen v des ionisierten Gases, mit den Ionenbeweglichkeiten u_1 und u_2 (d. h. implizite mit der Temperatur) und nimmt ab mit wachsender Molisierungskonstante α. Wir setzen

$$S = G\left(\beta, v, u_1, u_2, \frac{1}{\alpha}\right), \tag{48}$$

wo G zum Beispiel eine nach steigenden ganzen Potenzen ihrer Argumente entwickelte Funktion sein soll. S kann möglicherweise auch noch von anderen Größen abhängen. In dieser Darstellung ist der große Einfluß berücksichtigt, den die Beschaffenheit des negativen Kraters auf die Entladung besitzt, denn von ihr hängt der Ionisationsgrad β ab; aber er hängt nicht von ihr allein ab; und damit entfallen die Unzuträglichkeiten, die sich aus der Definition $S =$ Temperatur mal Fläche des Kathodenkraters ergeben. Die letzte Größe kann z. B. bei hoher Frequenz nur um sehr wenig und mit großer Phasennacheilung gegenüber der Leistungsschwankung variieren; die vom Krater gelieferte Zahl der negativen Elektronen ist dann fast konstant; wegen der Pulsation der Spannungsgefälle kann doch β in entsprechender Größe und mit relativ geringer Nacheilung schwanken; das gilt dann auch von dem nach Gl. (48) definierten S.

Man kann noch einen Schritt weiter gehen und den Parameter S, der die Leitfähigkeit des Bogens bestimmt:

---

1) Vgl. die Jenaer Habilitationsschrift von M. Reich „Über Größe und Temperatur des negativen Lichtbogenkraters". Leipzig 1905.

2) M. Reich, a. a. O. Art. 19, (d) S. 45.

3) Auf den durch die Gasstrecke hineingebrachten Anteil der Lichtbogenhysterese weist auch Simon hin (Phys Zeitschr. Bd. 9 S. 865; 1908).

Digitized by Google

$$\frac{e}{i} = \varphi(S), \tag{49a}$$

zunächst als Funktion einer zweiten Größe U betrachten, so daß

$$U = W_2 S + L_2 \frac{dS}{dt} \tag{49b}$$

sein soll.

U kann man sich als eine Größe denken, die von der Ausdehnung und der Beschaffenheit der vor der Kathode liegenden Gasschicht abhängt, in der der größere Spannungsabfall stattfindet, durch den die Elektronen die zur Ionisierung durch Stoß nötige kinetische Energie erlangen. Die Gl. (49b) würde dann aussagen, daß S im stationären Zustand proportional U ist, bei veränderlichen Zuständen aber hinter U nachhinkt, was physikalisch bei der angegebenen Bedeutung von S und U durchaus begreiflich ist. U ist seinerseits durch die dem Bogen zugeführte Leistung ei bestimmt, soll aber auch bei veränderlichen Vorgängen hinter ihr zurückbleiben:

$$ei = W_1 U + L_1 \frac{dU}{dt}. \tag{49c}$$

Mit Hülfe von (49b) kann man hierin U durch S ersetzen und findet so

$$ei = W_1 W_2 S + (W_1 L_2 + W_2 L_1) \frac{dS}{dt} + L_1 L_2 \frac{d^2 S}{dt^2}. \tag{49d}$$

Diese Gleichung stellt zusammen mit (49a) eine erweiterte Form der Simonschen Theorie dar. Mit dieser lassen sich wohl die dynamischen Charakteristiken genauer und in einem weiteren Bereiche beschreiben, als mit der ursprünglichen Form. Doch dürfte dieser Umstand für sich allein kaum als ein Beweis für die physikalische Richtigkeit der erweiterten Theorie angesehen werden, da sich eine Erscheinung rein phänomenologisch durch Beziehungen mit drei Konstanten ($W_1 W_2$, $W_1 L_2 + W_2 L_1$ und $L_1 L_2$) stets genauer darstellen läßt, als durch entsprechende Beziehungen mit nur zwei Konstanten (W und L).

Wenn wir hier wieder die Annahme machen, daß die Zündspannung, beziehungsweise die Anfangsspannung E_0 eine Funktion der Größe S sei (vergl. Gl. 42, 42a und 42b, S. 55), so ergibt sich folgende Darstellung für die Zündkurve. Vom Moment ab, in dem der Bogen erloschen ist, gilt nach (49d)

Digitized by Google

$$0 = W_1 W_2 S + (W_1 L_2 + W_2 L_1) \frac{dS}{dt} + L_1 L_2 \frac{d^2S}{dt^2}$$

oder, mit

$$\frac{L_1}{W_1} = \tau_1 , \qquad \frac{L_2}{W_2} = \tau_2$$

$$S + (\tau_1 + \tau_2) \frac{dS}{dt} + \tau_1 \tau_2 \frac{d^2S}{dt^2} = 0, \tag{50}$$

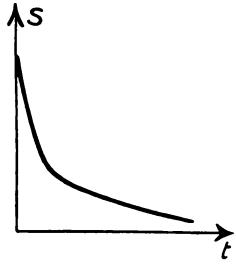


Abb. 16.

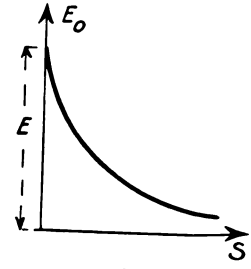


Abb. 17.

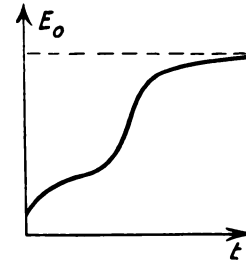


Abb. 18.

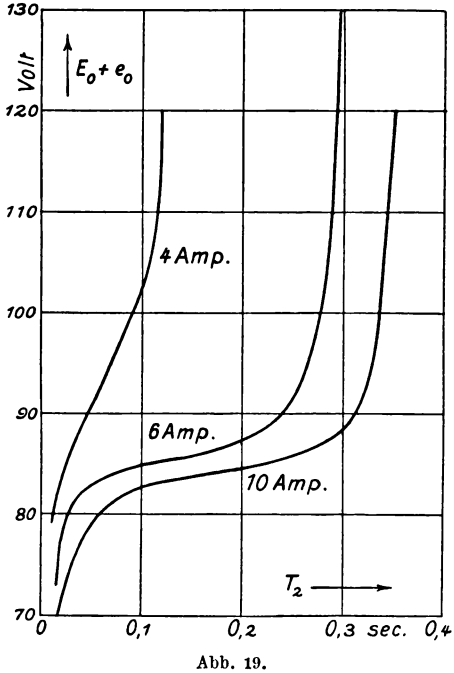


Abb. 19.

demnach ist

$$S = C_1 \varepsilon^{-\frac{t}{\tau_1}} + C_2 \varepsilon^{-\frac{t}{\tau_2}} \cdot \tag{50 a}$$

Die Konstanten C_1 und C_2 bestimmen sich aus dem Werte von S und dem von dS/dt, die gerade für $t = 0$ gelten. Nehmen wir z. B. den Fall, daß τ_2 klein gegen τ_1 sei und C_1 und C_2 beide positives Zeichen haben, so stellt Abb. 16 qualitativ den zeitlichen Verlauf von S dar. Kennt man auch E_0 als Funktion von S (Abb. 17), so kann man hieraus den Verlauf der Zündkurve ermitteln (Abb. 18). Genau diesen Charakter zeigen die von Pollock, Wellisch und Ranclaud [1]) veröffentlichten Zündkurven (Abb. 19), die an einem

1) J. A. Pollock, E. M. Wellisch und A. B. B. Ranclaud, „The Electrician" Bd. 63, S. 708, 1909.

Digitized by Google

Bogen zwischen vertikalstehenden Homogenkohleelektroden (Anode oben) von 13 mm Durchmesser aufgenommen worden sind. Der Bogen brannte zunächst stationär mit der angegebenen Stromstärke und wurde dann ausgeschaltet. Die Abszissen geben die Zeiten an, während der der Bogen ausgeschaltet geblieben ist, die Ordinaten sind die nach Ablauf dieser Zeiten zum Zünden nötigen Spannungen. Bei kleineren Strömen hat man es mit geringeren Werten von S zu tun, für die in der Tat unsere Theorie die nämliche Veränderung der Zündkurve ergibt, wie der Versuch.

§ 7. Lichtbogenschwingungen ohne eigentlichen Schwingungskreis.

Ein wesentliches Erfordernis für das Bestehen der bisher betrachteten Schwingungsformen ist die Verbindung des Bogens mit einem Stromwege, der elektromagnetischer Eigenschwingungen fähig ist. Die Erfahrung hat indes gezeigt, daß auch ohne das Vorhandensein eines im elektromagnetischen Sinne schwingungsfähigen Systems der Bogen dauernde Schwingungen ausführen kann. Wir wollen die Hauptformen dieser Erscheinung betrachten.

Eine der interessantesten unter ihnen sind die von Cady und Vinal[1]) beschriebenen Glimmstromlichtbogenschwingungen. Die Schaltung ist höchst einfach. Der Bogen wird durch einen Widerstand R und eine Spule von der Induktivität L_0 mit der Stromquelle von der EMK. E verbunden. Die Kathode muß aus blankem Metall, z. B. Kupfer, bestehen. E soll ziemlich groß sein, möglichst nicht unter 400 Volt betragen. Der Strom soll nach und nach auf einen kleinen Wert (zwischen 1 und 0,2 Amp.) herabgesetzt werden. Dann beginnt die bisher stetige Bogenentladung plötzlich mehr oder minder rasch zwischen der Glimmstrom- und der Bogenform zu oszillieren, was sich durch Erscheinen der blauen Glimmhaut auf der Kathode anzeigt, und was man im rotierenden Spiegel genauer beobachten kann. Die Er-

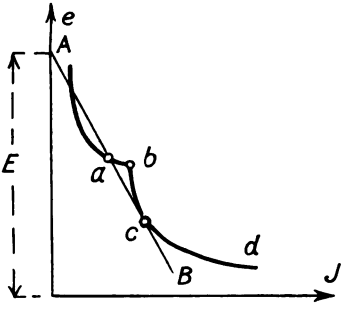


Abb. 20.

1) Cady und Vinal, Phys. Zeitschr. Bd. 10, S. 569, 1909.

Digitized by Google

klärung dafür, wie die Erscheinung zustande kommt, ergibt sich leicht mittels der in Abb. 20 dargestellten statischen Charakteristik. Der Zweig $a\,b$ entspricht der Glimmstrom-, der Zweig $b\,c\,d$ der Bogenphase. Geht man von einem stabilen Punkt d der Bogencharakteristik aus und vergrößert R immer mehr, so rückt die Widerstandslinie $A\,B$ zuletzt in die gezeichnete Grenzlage $A\,c\,B$, in der der Bogen instabil ist und infolgedessen die Entladung in die Glimmstromform überspringt. Wäre die Induktivität $L_0 = 0$, so hätte man von nun ab einen stabilen Glimmstrom, der dem Punkt a der Glimmstromcharakteristik entspräche. Infolge der Abnahme des Stroms entsteht indes eine induzierte EMK. $-L_0\,di/dt$, die sich zu E addiert und die Entladung längs der Glimmstromcharakteristik über den Punkt b hinweg nach der Bogencharakteristik zurücktreibt, von wo aus sich das Spiel wiederholt. Genau genommen verläuft der Vorgang nicht auf der statischen, sondern auf einer dynamischen Charakteristik, die natürlich ihrerseits von der Schnelligkeit abhängt, mit der die Erscheinung vor sich geht. Da kein schwingungsfähiges System vorhanden ist, dessen Eigenfrequenz einen bestimmten Takt vorschreibt, so ersieht man schon hieraus, daß es sich um ein äußerst kompliziertes und wenig regelmäßiges Phänomen handeln muß. In der Tat beobachtet man, daß die Frequenz dieser Schwingungen sich oft und ohne einen erkennbaren äußeren Anlaß schnell und in sehr weiten Grenzen ändert. Damit die Erscheinung zustande komme, müssen günstige Vorbedingungen für das Auftreten des Glimmstroms geschaffen werden; das heißt, die Kathode darf nicht oxydiert sein. Am besten eignen sich Kathoden aus *Cu*, *Ag* oder *Al*; das Anodenmaterial ist gleichgültig. Eine Kühlung der Elektroden hat keinen merklichen Einfluß; ebensowenig ihre Größe. Günstig ist eine Atmosphäre von Leuchtgas oder von Wasserstoff, gemischt mit Kohlenwasserstoffen (Benzol, Azeton); Druckverminderung wirkt schädlich. Der Elektrodenabstand soll kleiner als 2 mm sein, am besten Bruchteile eines Millimeters betragen.

Für diese und verwandte Erscheinungen gelten folgende allgemeine Betrachtungen. Nehmen wir an, daß die Charakteristik durch die Funktion

$$e = f(J)$$

gegeben sei, so gilt die Gleichung:

$$E = L_0 \frac{dJ}{dt} + RJ + f(J). \qquad (51a)$$

Digitized by Google

Es ist zweckmäßig, als Variable nicht den Strom J, sondern die Abweichung des Stroms von einem seiner stationären Werte $\bar{J}$ zu betrachten, den er bei ruhigem Brennen bei denselben Werten von R und E hätte (Punkt a oder c der Charakteristik). Diese Werte gehorchen der Gleichung

$$E = R\bar{J} + f(\bar{J}).$$

Subtrahiert man diese Gleichung von der vorletzten und schreibt

$$J - \bar{J} = i, \tag{51b}$$

$$f(J) - f(\bar{J}) = F(i), \tag{51c}$$

so folgt

$$0 = L_0 \frac{di}{dt} + Ri + F(i), \tag{51d}$$

woraus

$$t = -L_0 \int \frac{di}{Ri + F(i)}. \tag{51e}$$

Dauernde Schwingungen werden dann auftreten, wenn die durch dieses Integral und die vorgeschriebenen Anfangsbedingungen definierte Funktion i von t eine periodische ist. Das hängt von $F(i)$, d. h. von der Beschaffenheit der Charakteristik ab. Genaueres läßt sich darüber nicht sagen. Wesentlich ist, daß bei der Schwingung Teile der Charakteristik durchlaufen werden, die stark voneinander abweichen; so sind z. B. kleine Schwingungen der hier betrachteten Art nicht möglich. Für diese könnte man nämlich

$$F(i) = if'(\bar{J})$$

setzen; dann läßt sich die Integration von (51e) ausführen, und man erhält

$$i = \text{const.}\, \varepsilon^{\frac{R + f'(\bar{J})}{L_0} t}.$$

R und $f'(\bar{J})$ sind reell; folglich kann diese Gleichung keine Schwingung darstellen. Diese Überlegung bleibt auch dann noch zu Recht bestehen, wenn die kleine Schwingung gerade um eine Ecke der Charakteristik (Punkt b) stattfinden sollte, sofern nur der Differentialquotient $f'(\bar{J})$ zu beiden Seiten der Ecke überhaupt je einen bestimmten Wert hat.

Schwingungen derselben Kategorie müßten sich auch zeigen, wenn man dem Bogen parallel eine reine Kapazität schaltet.

Digitized by Google

Doch läßt sich das durch den Versuch nicht verifizieren, da die geringe aber nicht zu beseitigende Selbstinduktivität der Stromzuführung zum Kondensator in allen Fällen, in denen Schwingungen entstehen könnten, diesen einen Takt vorschreibt, so daß man das Phänomen 2. Art vor sich hat, und zwar mit einem kleinen Wert von ϱ. Das erklärt, warum die in solchen Fällen von verschiedenen Forschern erhaltene Schwingungsfrequenz stets erheblich niedriger lag, als die Eigenfrequenz des Kreises. Die gelegentlich aufgenommenen Oszillogramme dieser Erscheinung [1]) bestätigen das Gesagte.

Eine andere Art von Bogenschwingungen erhält man, wenn man den Bogen in einem transversalen Magnetfeld brennen läßt. Auf den Bogen wirkt dann eine Kraft, die ihn senkrecht zur Stromrichtung und senkrecht zur Richtung des Magnetfelds fortzutreiben sucht. Da die Bogenendpunkte an die glühenden Krater gefesselt sind, so ist das Ergebnis eine Verlängerung (Ausbiegung) des Bogens, wobei die Bogenspannung in die Höhe geht. Zuletzt wird der lange Bogen instabil und erlischt. In diesem Augenblick wird, da die glühenden Krater fortgesetzt Ionen in den Gasraum speien, der Bogen auf dem kürzesten Wege wieder neu gezündet, worauf sich das Spiel wiederholt. Schaltet man in die Zuleitung zum Bogen eine große Selbstinduktivität L_0, so äußern sich die Schwingungen hauptsächlich in Spannungsschwankungen, während der Strom sich kaum ändert [2]).

Mit dieser Erzeugung besonderer Schwingungen durch den Magneten hat die Verwendung eines solchen bei den Anordnungen zur Erregung von Schwingungen 1. oder 2. Art in einem parallel zum Bogen liegenden Kapazitätskreise nichts zu tun. Die nützliche Wirkung des Magnetfeldes in den letzten Fällen beruht auf der Erhöhung der Charakteristik und der Verminderung der Lichtbogenhysterese, die nach Simon [3]) dem Umstande zuzuschreiben ist, daß das Magnetfeld der Strombahn Ionen entzieht. Die Verlängerung des Bogens durch das Magnetfeld, die die erwähnten selbständigen Bogenschwingungen hervorruft, wirkt hier schädlich, da sie in Phase mit dem Bogenstrom erfolgt und somit eine in derselben Phase liegende Wechselspannung erzeugt, die einem

1) A. Blondel, L'Eclairage électrique, Bd. 44, S. 41, 81, 1905.

2) H. Th. Simon, Jahrbuch d. drahtl. Telegr. u. Telephonie Bd. 1, S. 66, Fig. 34, 1907.

3) H. Th. Simon, a. a. O. § 13, S. 65.

Digitized by Google

Energieverbrauch im Bogen entspricht[1]). Die letzte Wirkung des Magnetfelds ist bei geringer Stromstärke kaum merklich, wächst aber mit dieser stark an; es muß daher eine für die Erzeugung von Schwingungen erster oder zweiter Art günstigste Stärke des Magnetfelds geben. Diese Erscheinung ist in der Tat vom Verfasser bei Versuchen beobachtet worden, die er in den Jahren 1906 und 1907 im Hochspannungslaboratorium der Siemens-Schuckertwerke in Charlottenburg an einem Lichtbogen zwischen Homogenkohlen ($i_0 = 2$ bis 6 Amp., $E = 500$ Volt) in freier Luft oder in einer Leuchtgasatmosphäre angestellt hat. Besonders beim Bogen in Leuchtgas war das Optimum gut ausgeprägt.

Schwingungen von ganz ähnlicher Art, wie sie durch ein transversales Magnetfeld hervorgerufen werden, lassen sich auch rein mechanisch durch einen quer zum Bogen wirkenden Luftstrahl erzeugen. Wir wollen aber nicht weiter bei diesen Erscheinungen verweilen, da sie sämtlich kein praktisches Interesse haben. Dieses besitzen nur solche Schwingungen, bei denen ein wohldefiniertes schwingungsfähiges System einen bestimmten Takt, und die Größe der Reservoire, zwischen denen die Energie pendelt, eine genügende Regelmäßigkeit verbürgt.

§ 8. Versuche.

a) Beschreibung der Anordnung. Statische Charakteristiken.

Bei der Anstellung der Versuche ist von den Grundgedanken der im vorhergehenden entwickelten Theorie ausgegangen worden; die Versuche haben zum Ausbau und zur Vervollkommnung jener Anschauungen beigetragen. Diese haben sich im großen und ganzen als zuverlässiger Führer durch die überaus komplizierte Welt der Erscheinungen bewährt; man darf sich indessen nicht verhehlen, daß unsere Theorie bis jetzt nur ein Schema bedeutet, das, weil es so einfach ist, manche Einzelheiten der wirklichen Vorgänge gar nicht wiedergibt. Auf solche Einzelheiten werden wir gelegentlich zu sprechen kommen.

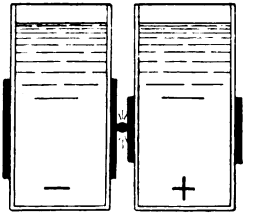


Abb. 21.

1) H. Th. Simon, Jahrbuch d. drahtl. Telegraphie u. Telephonie Bd. 1, S. 65, 1907; — Elektrot. Zeitschr. 1907, S. 1232.

Digitized by Google

Die Anordnung des Bogens, mit der die große Mehrzahl der Versuche angestellt worden ist, zeigt Abb. 21. Der Bogen brennt zwischen zwei Ringen aus Metall (meist Cu oder Al) von etwa 1 mm Stärke. Jeder Ring ist auf ein dünnwandiges Messingrohr von 5 cm lichter Weite aufgeklemmt, das zur Kühlung mit Wasser gefüllt ist. Da der negative Krater besonders kurz vor dem Inaktivwerden des Bogens unruhig wird und zum Wandern neigt, wurde der Ring am negativen Pol höher genommen; dadurch wird verhindert, daß der Krater zum Messingrohr überspringt, wenn der Bogen zufällig am Rande des positiven Rings stehen sollte. Das Schaltungsschema ist das der Abb. 4 (S. 11). Bei einigen Versuchen wurde auch in die Zuleitung des Stroms i_0 eine große Selbstinduktivität (von ca. 40 Henry) eingeschaltet; sie erwies sich aber stets als einflußlos, da bei dem großen Vorschaltwiderstand R ($R \gtrless 2000$ Ohm) der Strom i_0 ohnehin praktisch konstant bleibt. Die Stromquelle E war eine 20-pferdige Gleichstromdynamo von 5500 Volt[1]). Bei der meistverwendeten Bogenlänge von 1 mm ist

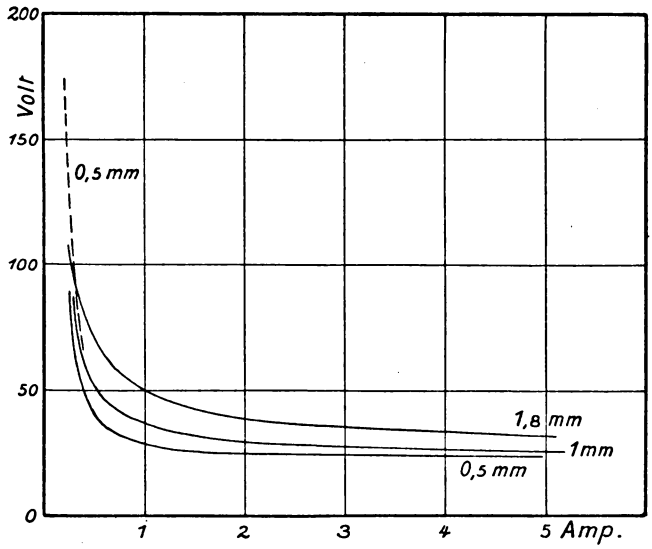


Abb. 22.

1) Die Anschaffung der Maschine geschah im Jahre 1903 aus den vom Kuratorium der Jubiläumsstiftung der deutschen Industrie in dankenswerter Weise bewilligten Mitteln. Vgl. H. Th. Simon und M. Reich, Phys. Zeitschr. 4,

Digitized by Google

diese Spannung auch zur Zündung bei vollständig kalten Elektroden ausreichend; man kann also den ganzen Schwingungsbereich untersuchen und erhält auch bei den kleinsten möglichen Stromstärken i_0 noch stabile Lichtbögen.

Die an der beschriebenen Anordnung für 0,5, 1 und 1,8 mm Bogenlänge aufgenommenen statischen Charakteristiken zeigt Abb. 22. Bei Strömen über 2 Ampere verlaufen sie sehr flach, steigen aber steil an, wenn die Stromstärke unter 1 Ampere sinkt. Bei kleinen Stromstärken ist die Aufnahme schwierig, man erhält für einen bestimmten Strom bald eine größere, bald eine kleinere Spannung. Die erhaltenen Werte schwanken zwischen zwei Grenzcharakteristiken. Die untere ist die stetige Fortsetzung der für große Ströme giltigen Charakteristik; für die allerkleinsten Ströme (hier 0,15 bis 0,25 Amp.) gilt nur die obere. Für den Bogen von 0,5 mm Länge sind beide gezeichnet. Diese Erscheinung ist bereits von Simon und Malcolm[1]) bei einem unter Luftabschluß oder in Wasserstoff brennenden Kohlebogen beobachtet worden; Andeutungen davon fanden sie auch bei Metallbögen. Die Erklärung für die Erscheinung findet sich, wenn man sich den Bogen näher ansieht: bei großem Strom zeigen beide Elektroden einen Krater, in dem lebhafte Verdampfung des Elektrodenmaterials stattfindet, und von denen aus die ganze Lichtbogensäule mit dem Dampf der Elektroden versorgt wird; man erkennt das bei Kupferelektroden an der grünen Farbe der Säule. Entspricht aber der Zustand des Bogens (bei kleiner Stromstärke) der oberen Charakteristik, so gibt es nur einen kleinen Kathodenkrater; der Anodenkrater ist verschwunden. Die vom negativen Krater gelieferte Menge von Elektrodendampf ist klein; daher bemerkt man dessen charakteristische Farbe nur in der Nähe dieses Kraters, während der übrige Teil der Bogensäule in weißrotem Licht schimmert. Nach Untersuchungen von Cady und Arnold[2]) zeigt sich der Übergang von einer Entladungsform in die zweite besonders deutlich bei dem Bogen zwischen Eisenelektroden in freier Luft. Die Stromstärken, bei denen beide Entladungsformen möglich sind, betragen

364, 1903, wo auch auf die entscheidende Bedeutung der Anwendung solch hoher Spannung bei allen hierher gehörigen Untersuchungen hingewiesen ist.

1) H. Th. Simon und H. W. Malcolm „Über den Lichtbogen bei kleinen Stromstärken", Phys. Zeitschr. 8, 475, 1907.

2) Cady und Arnold, Phys. Zeitschr. 8, 890, 1907.

Digitized by Google

bei	1	mm	Bogenlänge	0,9	bis	1,1 Ampere
„	2	„	„	1	„	1,2 „
„	4	„	„	1	„	1,2 „
„	6	„	„	1,1	„	1,3 „
„	8	„	„	1	„	1,5 „

Bei Kupferelektroden und 4 mm Bogenlänge (in freier Luft) tritt der Sprung in der Charakteristik bei etwa 0,5 Amp. ein. Maßgebend für das Eintreten der Erscheinung ist in erster Linie das Material der Anode und die Beschaffenheit des umgebenden Gases; bei Anoden aus *C*, *Ag* und *Pb* ist sie nur in einer Stickstoffatmosphäre bei vermindertem Druck beobachtet worden. Cady und Arnold bestätigen die angegebene Erklärung des Phänomens durch die Messung des Massenverlustes der Anode, der Bogentemperatur und durch die Beobachtung des Bogenspektrums bei beiden Entladungsformen, die sie als erstes und zweites Stadium bezeichnen.

Nach unseren theoretischen Anschauungen können wir voraussagen, daß sich besonders der Bogen im ersten Stadium (kein Anodenkrater) zur Schwingungserregung eignen muß; die Versuche bestätigen das.

b) Die Messung der Frequenz; Beobachtungen mit dem Wellenmesser.

Zur Untersuchung der durch den Lichtbogen erregten Schwingungen erweist sich die Beobachtung des Bogens im rotierenden Spiegel als sehr bequem. Bestehen keine Schwingungen, so zeigt der Spiegel ein kontinuierliches Lichtband; bei Schwingungen erster Art (nur bei Kohlekathode zu beobachten) wechseln Maxima und Minima der Helligkeit regelmäßig miteinander ab; bei Schwingungen zweiter Art erscheint das Band in eine regelmäßige Folge von Lichtpunkten aufgelöst; die Schwingungen dritter Art ergeben von größeren Zwischenräumen unterbrochene Punktreihen, bei denen die Helligkeit der einzelnen Punkte, der Dämpfung der Schwingungen entsprechend, von Punkt zu Punkt abnimmt. Zwischen den Schwingungen zweiter und denen dritter Art treten Übergangsformen auf, die später (unter c) besprochen werden sollen. Der von H. Boas in Berlin gelieferte Drehspiegel konnte bis zu 200 Umdrehungen in der Sekunde machen; der Abstand zwischen ihm und dem Bogen betrug 850 mm; bei 1 000 000 Perioden

Digitized by Google

erscheinen demnach zwei aufeinanderfolgende Lichtpunkte (bei Schwingungen 2. Art) um

$$\frac{2 \cdot 2 \cdot \pi \cdot 850 \cdot 200}{1\,000\,000} = 2{,}14 \text{ mm}$$

gegeneinander verschoben. Bei gedämpften Schwingungen ist der Abstand bei derselben Frequenz halb so groß, da ein Lichtpunkt einer positiven, der nächste einer negativen Stromhalbwelle entspricht. Die hohe Drehzahl von 200 in der Sekunde ist aber nur gelegentlich benutzt worden; die Bilder sind schon recht lichtschwach, und der starke vom Spiegel erzeugte Luftzug macht eine genaue Beobachtung mit ungeschütztem Auge unmöglich. Für dauerndes Arbeiten ist die halbe Drehzahl (100 in der Sek.) die praktische Grenze; bei dieser kann man noch bei etwa 800 000 Perioden die verschiedenen Schwingungsformen mit Sicherheit voneinander unterscheiden. Kontrollbeobachtungen sind mit dem Glimmlichtoszillographen[1]) gelegentlich gemacht worden. Der allgemeinen Verwendung der Glimmlichtröhre steht der Umstand entgegen, daß sie nur bei relativ hoher Spannung anspricht und außerdem hierbei auch noch ziemlich viel Strom verbraucht; bei hoher Frequenz sind die erhaltenen Bilder äußerst lichtschwach.

Die Beobachtung im Drehspiegel ergibt die wahre Frequenz $n' = \frac{1}{T'} = \frac{1}{T_1 + T_2}$ (vgl. Abb. 9). Frequenzmessungen lassen sich außerdem auch mit dem Dönitzschen Wellenmesser anstellen; die Meßergebnisse sind aber, wie schon in § 6 c erwähnt, mit einer gewissen Vorsicht zu verwenden. Die Stromkurve ist bei kleinen Werten des charakteristischen Widerstands ϱ aus zahlreichen Harmonischen zusammengesetzt, deren Stärke mit der Ordnungszahl nur langsam abnimmt; der Ausschlag des Wellenmessers ist bei der Resonanzeinstellung auf einen bestimmten Oberton zwar dessen Stärke proportional, aber der Proportionalitätsfaktor kann für die verschiedenen Obertöne verschieden sein; besonders dann geht jede Übersicht verloren, wenn man, wie zumeist, die Spulen des Wellenmessers im Verlauf einer Meßreihe auswechseln muß. So geschieht es mitunter, daß der Grundton einen kaum merklichen Ausschlag ergibt, der erste Oberton dagegen einen recht kräftigen, und darum für den Grundton gehalten wird. Die Messung der

1) H. Diesselhorst, Ber. d. Deutsch. Phys. Ges.

Digitized by Google

Frequenz der nächsthöheren Obertöne gibt auch nicht immer Aufschluß; sei es, daß einige (aus ähnlichem Grunde, wie die Grundschwingung) keinen merklichen Resonanzausschlag hervorbringen; sei es, weil sich inzwischen E_0 und damit die Grundfrequenz geändert hat[1]) und dann natürlich die gemessenen Wellenlängen überhaupt nicht im Verhältnis kleiner ganzer Zahlen stehen oder ihr Verhältnis falsche Ordnungszahlen vortäuscht.

Im folgenden sind die Meßergebnisse für zwei Grenzfälle angegeben. In beiden ist die Eigenwellenlänge des Schwingungskreises durch den Wellenmesser in der Weise bestimmt worden, daß in dem Kreise bei kleinem Strome i_0 Schwingungen dritter Art hervorgerufen wurden. Diese wurden dann durch passende Vergrößerung von i_0 in solche zweiter Art übergeführt und dann die Messung mit dem Wellenmesser wiederholt.

I. Fall. $l = 1{,}77 \cdot 10^{-4}$ Henry; $C = 3{,}93 \cdot 10^{-4}$ Mikrofarad; $E = 4300$ Volt; demnach $n = 603\,000$, $\varrho = 671\ \Omega$.

Bei $i_0 = 0{,}0072$ Amp. (Partialentladungen) wurde die Eigenwellenlänge des Kreises bestimmt zu $\lambda = 497$ m $\left(= \frac{c}{n} = \frac{3 \cdot 10^8}{603\,000}\right)$.

Bei $i_0 = 0{,}54$ Amp. (Schwingungen 2. Art) ergab sich für die Länge der Grundwelle der erregten Schwingung $\lambda = 515$ m. Oberwellen konnten nicht nachgewiesen werden.

II. Fall. $l = 2{,}75 \cdot 10^{-5}$ Henry; $C = 2{,}09 \cdot 10^{-3}$ Mikrofarad; $E = 4300$ Volt; demnach $n = 662\,000$, $\varrho = 115\ \Omega$.

Bei $i_0 = 0{,}0043$ Amp. war $\lambda = 453$ m (Eigenwellenlänge). Mit Schwingungen 2. Art, $i_0 = 0{,}5$ Amp., ergab sich

$\lambda_1 =$	1020 m;	Resonanzausschlag	schwach;
$\lambda_2 =$	510 m;	„	stark ;
$\lambda_3 =$	340 m;	„	stark ;
$\lambda_4 =$	ca. 270 m;	„	sehr schwach.

Es verhält sich $\lambda_1 : \lambda_2 : \lambda_3$ genau wie $1 : {}^1/_2 : {}^1/_3$. Diese genaue Übereinstimmung wird nur erreicht, wenn der Bogen sehr ruhig und konstant brennt, was bei kleinen Werten von ϱ, d. h. großen von E_0 nur gelegentlich eintritt. Wenn der Bogen nicht so ruhig brennt, so schwankt unter gleichen Umständen λ_1 zwischen 900 und 1100 m und die λ_2, λ_3, ... bewegen sich zwischen entsprechenden Grenzen.

1) Gerade bei kleinem ϱ sind die unregelmäßigen Schwankungen besonders stark.

Digitized by Google

Da in den beiden Fällen I und II die Eigenfrequenz n nahezu die nämliche ist, so ist der von der Theorie behauptete Einfluß des Parameters ϱ sehr deutlich zu erkennen. In Fall I ist ϱ groß, daher T_2/T klein (Formel 40c in § 6b und Abb. 9), und man erhält eine nahezu oberwellenfreie Stromkurve, deren Grundfrequenz nur wenig kleiner ist, als die Eigenfrequenz des Schwingungskreises. Im Fall II dagegen (ϱ klein) wird T_2/T groß; die Stromkurve nähert sich der Form Abb. 11 und enthält kräftige Obertöne; zugleich ist ihre Grundfrequenz wesentlich niedriger als die Eigenfrequenz des Schwingungskreises (hier weniger als halb so groß).

Zahlreiche Messungen, die bei verschiedenen Werten von ϱ an Schwingungskreisen von 2000 m bis herab zu 60 m Eigenwellenlänge angestellt worden sind, haben das Gesagte bestätigt.

c) Untersuchungen über den Bereich, in dem Schwingungen 2. Art zu erhalten sind, wenn man den charakteristischen Widerstand ϱ variiert.

Bestehen Schwingungen 2. Art und wird i_0 mehr und mehr vergrößert, so nimmt (nach Gl. 40g) i'_{max} und damit auch der Effektivwert i_w des Stromes im Schwingungskreise zu, wenn auch langsamer, als es der Zunahme von i_0 entspricht, da ja E_0 abnimmt. Zugleich wird T_2/T immer kleiner, die wahre Frequenz n' nähert sich mehr und mehr der Eigenfrequenz n; zuletzt erlöschen die Schwingungen, der Bogen brennt „inaktiv“, wie das in § 6b auseinandergesetzt worden ist. Verkleinert man dagegen i_0, so nimmt auch i_w zunächst ab, während die Zeit T_2, in der der Bogen erloschen ist, anwächst. Schließlich beginnen Rückzündungen einzusetzen, und bei weiterer Verkleinerung von i_0 macht die Kurve des Bogenstromes eine Reihe von Wandlungen durch, von denen einige in Abb. 23 schematisch wiedergegeben sind. Neben den Stromkurven sind die Kurven der Bogenspannung und die Charakteristiken gezeichnet. Auf die Konstruktion dieser Kurven soll hier im einzelnen nicht eingegangen werden; sie geschieht durchaus nach den bei der Entwicklung der Kurven in Abb. 9 benutzten Grundsätzen; neu kommt lediglich hinzu, daß bei jeder Rückzündung die Spannung am Bogen von $+ e_0$ auf $- e_0$ springt; die Entladung des Kondensators erfolgt daher von diesem Moment ab um die neue Mittellinie $- e_0$, so daß eine zusätzliche Dämpfung in die Entladung hineinkommt, die also durch den Bogen allein

Digitized by Google

verursacht wird[1]). Die Kurve der Kondensatorspannung während der ersten Entladungen ist punktiert angedeutet. Auf die Form a (Schwingungen 2. Art) folgt gewöhnlich zunächst die Form b mit einem verhältnismäßig kleinen Rückstrom bei jeder Entladung. Diese Form ist schon, wie alle Entladungen mit Rückzündung, nicht recht beständig; geringe zufällige Änderungen der Zünd-

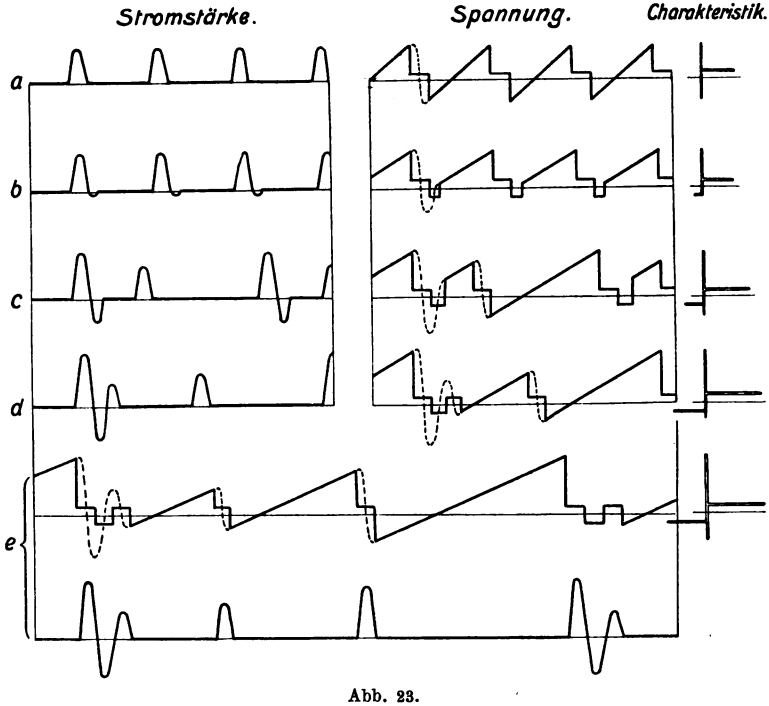


Abb. 23.

spannung bewirken bei den komplizierteren Schwingungsformen größere Modifikationen dieser Formen. Wächst oder fällt die Zündspannung einmal zufällig um einen gewissen Betrag, so kann sich die Form c dauernd einstellen (die übrigens durch eine weitere Verkleinerung von i_0 begünstigt wird). Nach der ersten Entladung mit größerer Stromstärke ist die Bogenstrecke stärker erwärmt, so daß die nächste Zündung bei kleinerer Anfangs-

1) Diese Erscheinung ist von Barkhausen zur Erklärung der Funkendämpfung bei der Entladung von Schwingungskreisen über eine Funkenstrecke herangezogen worden. Phys. Zeitschr. 8, 624, 1907.

Digitized by Google

spannung geschieht; dann reicht aber die Endspannung zum Rückzünden nicht aus. Die zweite Entladung hinterläßt wegen ihrer geringeren Stromstärke eine weniger heiße Bogenstrecke, weshalb die darauf folgende Zündung wieder mit der größeren Anfangsspannung erfolgen kann. Dann wiederholt sich das Spiel.

Verkleinert man i_0 weiter, so daß die Pause T_2 und damit auch die Anfangsspannung E_0 noch mehr anwachsen muß, so geschieht die Entladung mit so großer Stromstärke, daß in der nunmehr stark erhitzten Bogenstrecke der Strom mehrmals hin- und herschwingen kann, ehe der Bogen erlischt und so die Entladung abschneidet (*d*). Da nach dieser gedämpften Entladung die Anfangsspannung wesentlich herabgesetzt ist, so wird außer der nächsten unter Umständen die zweite und dritte darauffolgende Entladung noch nicht mit Rückzündung verbunden sein (*e*); nach jeder Entladung ist aber E_0 gewachsen, bis endlich wieder eine der ersten gleiche Entladung mit mehrfacher Rückzündung stattfindet. Man begreift, daß eine solche Erscheinung, deren Regelmäßigkeit davon abhängt, daß eine ganze Reihe von Zündungen bei genau bestimmten Spannungen eintritt, äußerst empfindlich gegen zufällige Störungen sein muß und sich darum nur selten während einer längeren Reihe von Perioden erhält. Gewöhnlich lösen sich bei diesen kleinen Werten von i_0 alle möglichen Entladungsformen in ganz unregelmäßiger Folge ab[1]).

Bei der Beobachtung dieser Entladungen im Drehspiegel macht sich jeder Stromstoß durch einen Lichtpunkt bemerkbar, dessen Helligkeit der Stromstärke entspricht; es ist sehr instruktiv, im Drehspiegel nach diesem Kennzeichen zu beobachten, wie sich die einzelnen Formen, von *a* anfangend, einstellen, wenn man den Gleichstrom i_0 mehr und mehr verkleinert. Ist i_0 sehr klein, so braucht der Kondensator eine lange Zeit, um sich zu laden; in dieser Zeit ist aber die Zündspannung auf einen großen Wert angewachsen, der oft der statischen Überschlagspannung der Bogenstrecke nahekommt. Daher entlädt sich der Kondensator nunmehr mit so großer Stromstärke, daß der Bogenparameter S sehr groß wird und die Bogenstrecke sich verhält, wie

1) Formen, die den hier nur schematisch entworfenen in allen wesentlichen Punkten gleichen. hat Blondel mit dem Oszillographen erhalten können; L'Eclairage électrique, Bd. 44, S. 41, 81; 1905. Man vergleiche insbesondere mit Abb. 23b seine Fig. 33 und 48, mit 23c die Fig. 34, mit 23d und e die Fig. 51, 52.

Digitized by Google

die Bahn eines Funkens; die Entladung geschieht in einer ganzen Reihe von (gedämpften) Schwingungen; der Bogen erlischt erst, wenn der Kondensator fast ganz entladen ist. Nun muß wieder eine lange Zeit vergehen, bis der kleine Strom den Kondensator von neuem geladen hat; dann wiederholt sich der Vorgang. Man hat es hier mit reinen Schwingungen dritter Art (sogenannten Partialentladungen) zu tun.

Wenn man von Schwingungen zweiter Art (Form *a*) ausgeht und den Strom i_0 verkleinert, so bemerkt man, daß der effektive Strom i_w im Schwingungskreise an der Grenze der Formen *a* und *b* ein Minimum annimmt und dann bis zum Eintritt der zuletzt besprochenen Partialentladungen unaufhörlich wächst. Das ist einleuchtend, wenn man bedenkt, daß die Anfangsspannung E_0 und damit die Stromspitze der ersten Entladung um so mehr anwächst, je mehr man ins Gebiet der Partialentladungen hineingeht; der Umstand, daß dafür während einer längeren Zeit T_2 der Strom kleiner ist, vermag den erstgenannten Einfluß nicht auszugleichen, da der Effektivwert ein quadratischer Mittelwert ist, für den die großen Momentanwerte stärker ins Gewicht fallen.

Das Gesetz, daß i_w sein Minimum hat, wenn die Schwingung zweiter Art gerade in die dritter Art übergeht, ist durch gleichzeitige Beobachtung des Bogens im Drehspiegel und Ablesung von i_w an mehr als hundert Fällen unter den verschiedensten Versuchsbedingungen geprüft worden. Es hat sich als ausnahmslos gültig erwiesen, so daß ich kein Bedenken gehabt habe, auch in den Fällen sehr hoher Frequenz, in denen der Drehspiegel keine Entscheidung zuläßt, das Stromminimum als Kennzeichen des beginnenden Übergangs der Schwingungen zweiter in solche dritter Art zu verwenden. Eine Stütze für diesen Schluß liefern die Angaben des Wellenmessers. Beim Eintritt der ersten Rückzündung ändert sich die Form der Stromkurve plötzlich, und die neue Form ist sehr veränderlich; die Angaben des Wellenmessers ändern sich daher an jener Grenze stark und werden unsicher. Auch dies ist beim Minimum von i_w stets zu beobachten, wenn die Schwingungen zweiter Art bis zur Bereichsgrenze regelmäßig bleiben; das ist allerdings nicht immer der Fall [1]).

1) Beeinflussung von E_0 durch Störungen und dadurch Änderungen der wahren Frequenz n'.

Digitized by Google

In den Abb. 24 und 25 sind einige Kurven wiedergegeben, die die Abhängigkeit des effektiven Schwingungsstromes i_w vom Gleichstrome i_0 darstellen. Die Abb. 24 bezieht sich auf eine mittlere Frequenz von etwa 50000 Perioden in der Sekunde und zeigt,

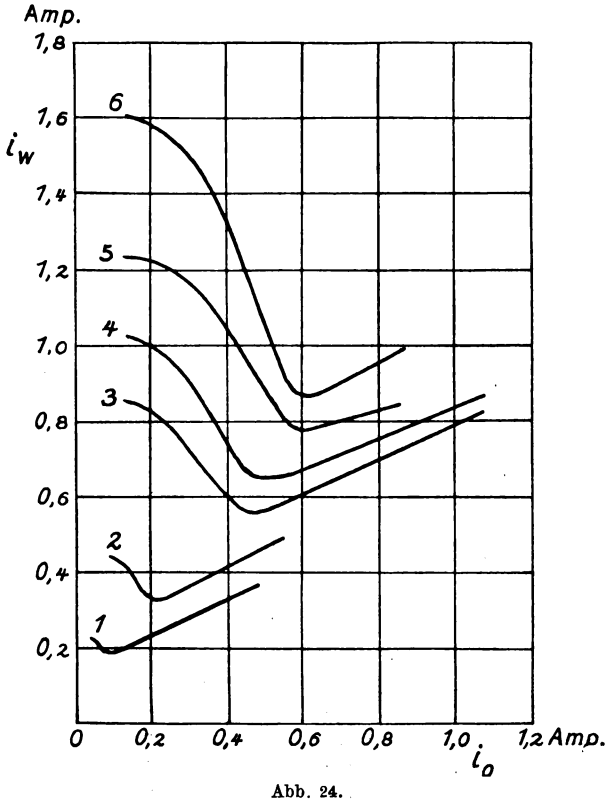


Abb. 24.

1. $\varrho = 1460$; $n = 59600$
2. $\varrho = 830$; $n = 34900$
3. $\varrho = 381$; $n = 61800$
4. $\varrho = 330$; $n = 53600$
5. $\varrho = 295$; $n = 47800$
6. $\varrho = 190$; $n = 74200$.

wie sich die Kurven ändern, wenn man den charakteristischen Widerstand ϱ variiert. Man erkennt deutlich, daß ein mittlerer Wert von ϱ für die Erzeugung von Schwingungen zweiter Art am günstigsten ist: der ihnen entsprechende aufsteigende Kurven-

Digitized by Google

ast ist am besten ausgebildet. Verkleinert man ϱ, so verschiebt sich das Minimum (die Grenze, an der die Rückzündung beginnt) nach größeren Gleichstromwerten i_0 hin; der aufsteigende Ast, der dort endigt, wo der Bogen inaktiv wird, schrumpft zusammen und verschwindet ganz bei $\varrho = \varrho_{min}$. Mit großen Werten

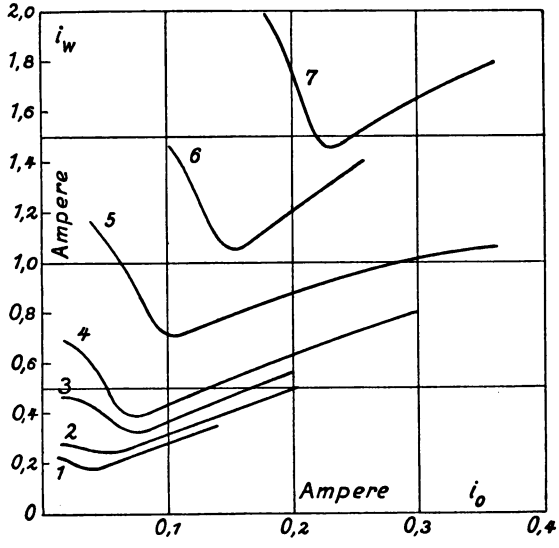


Abb. 25.

1. $\varrho = 348$; $n = 5{,}18 \cdot 10^6$
2. $\varrho = 175$; $n = 10{,}3 \cdot 10^6$
3. $\varrho = 122$; $n = 7{,}13 \cdot 10^6$
4. $\varrho = 96{,}5$; $n = 5{,}32 \cdot 10^6$
5. $\varrho = 52$; $n = 3{,}05 \cdot 10^6$
6. $\varrho = 36$; $n = 2{,}12 \cdot 10^6$
7. $\varrho = 25{,}5$; $n = 1{,}5 \cdot 10^6$.

von ϱ verschiebt sich sowohl das Minimum als auch das inaktive Ende der Kurve nach kleinen Werten von i_0 hin: das Gebiet der Schwingungen zweiter Art wird sehr klein und verschwindet zuletzt bei $\varrho = \varrho_{max}$, weil dann der Strom so klein sein müßte, daß der Bogen nicht mehr bestehen könnte (vergl. § 6 b).

Eine entsprechende Kurvenschar zeigt Abb. 25 für hohe Frequenz (zwischen 1,5 und 10,3 Millionen Perioden). Der Verlauf der Kurven ist im wesentlichen derselbe, wie bei der niedrigeren Frequenz; hervorgehoben sei, daß bei der hohen Frequenz

Digitized by Google

die entsprechenden Kurven zu erheblich keineren Werten von ϱ gehören, was nach § 6 b wegen der Abnahme von E_0 mit der Frequenz zu erwarten ist. Ferner sei bemerkt, daß im Minimum i_w bedeutend größer als i_0 ist; wir schließen daraus, daß das Verhältnis T_2/T hier sehr groß werden darf, bevor Rückzündung stattfindet; auch hierauf ist in § 6 b bereits hingewiesen worden.

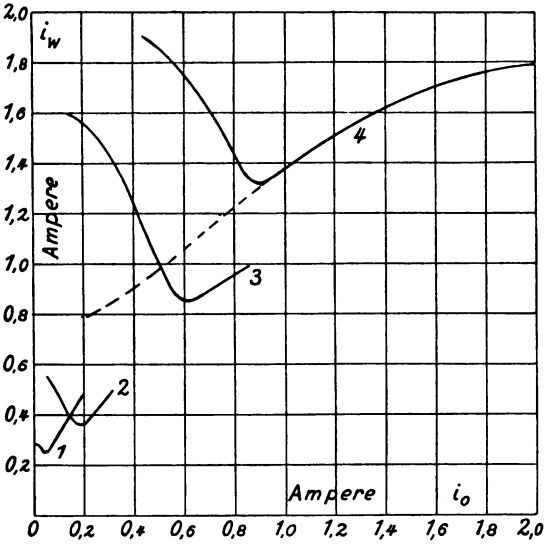


Abb. 26.

1. $\varrho = 175$; $n = 10300000$
2. $\varrho = 150$; $n = 950000$
3. $\varrho = 190$; $n = 74200$
4. $\varrho = 178$; $n = 7300$.

Bei der Aufnahme der in Abb. 24 dargestellten Kurven ist es gleichgültig, ob der Bogen zwischen Elektroden aus *Cu* oder *Al* brennt; die Kurven der Abb. 25 sind an einem Bogen zwischen *Al*-Elektroden erhalten worden; bei *Cu*-Elektroden verwandelt sich bei den kleinen i_0 der Bogen zu leicht in die inaktive Glimmentladung.

Den Einfluß der Frequenz auf den Verlauf der Kurve $i_w = f(i_0)$ ersieht man sehr deutlich aus der Abb. 26; für die verschiedenen Kurven hat ϱ nahezu denselben Wert; die Frequenz steigt dagegen von 7300 auf 10300000 Perioden. Im Falle der Kurve 4

Digitized by Google

($\varrho = 178$, $n = 7300$) war es bei Verwendung von Elektroden aus Al zuweilen möglich, auch in dem Gebiete von i_0, in dem gewöhnlich schon Rückzündungen eintreten, für kurze Zeit Schwingungen zweiter Art zu erhalten; die entsprechenden Werte des Wechselstromes i_w liegen auf der punktierten Kurve.

Für die Kurve 4 ist der Wert $\varrho = 178$ Ohm nicht mehr allzu weit entfernt von dem für die zugehörige Frequenz $n = 7300$ gültigen ϱ_{min}; bei der hohen Frequenz von 10,3 Millionen Perioden bedeutet derselbe Wert von ϱ nahezu das ϱ_{max}; der Grund ist, wie in § 6 b besprochen, erstens die Abnahme von E_0, zweitens das Wachstum der zulässigen Grenzen von T_2/T mit wachsender Frequenz.

Die Kurvenbilder illustrieren deutlich, innerhalb welcher praktischen Grenzen man die Parameter des Schwingungskreises und die Gleichstromstärke i_0 zu wählen hat, wenn man Schwingungen zweiter Art erhalten will. Als Ergebnis einer größeren Reihe solcher Aufnahmen haben wir am Ende des § 6 b bereits die Tabelle für ϱ_{max} und ϱ_{min} bei verschiedenen Frequenzen mitgeteilt. Wir sprechen ausdrücklich von praktischen Grenzen; man darf nicht glauben, es handelte sich bei ϱ_{max} und bei ϱ_{min} um scharfe Grenzen von ϱ, jenseits derer Schwingungen zweiter Art überhaupt nicht zu erhalten wären, während sie innerhalb der Grenzen immer auftreten müßten. Es verhält sich damit vielmehr folgendermaßen.

Die Grenze ϱ_{max} ist ja dadurch definiert, daß alle Schwingungskreise, deren charakteristischer Widerstand $\varrho = \sqrt{\frac{l}{C}}$ oberhalb jener Grenze liegt, zum Bogen parallel geschaltet sein dürfen, ohne daß Schwingungen entstehen; der Bogen brennt trotzdem bei allen Stromstärken i_0 inaktiv, bei denen er überhaupt existenzfähig ist. Ist umgekehrt der charakteristische Widerstand des Schwingungskreises kleiner als ϱ_{min}, so treten bei kleineren Stromstärken i_0 Schwingungen dritter Art auf; vergrößert man i_0, so wird der Bogen früher oder später[1]) inaktiv, ohne daß vorher Schwingungen zweiter Art bestanden hätten. Da nun erstens die Bedingungen für das Rückzünden, zweitens für die Existenz eines Bogens bei kleiner Stromstärke, drittens für das Inaktivwerden

1) Um so später, je kleiner ϱ ist.

Digitized by Google

des Bogens durch mancherlei schwer kontrollierbare Zufälligkeiten (Zustand der Elektroden) in gewissen Grenzen abgeändert werden können, so werden auch die Grenzwerte ϱ_{max} und ϱ_{min} in entsprechendem Maße unsicher sein. Daß immerhin diese Unsicherheit bei der vorliegenden Anordnung nicht allzusehr ins Gewicht fällt, erkennt man, wenn man zusammengehörige Werte der Tabelle (§ 6 b), die absichtlich nicht ausgeglichen worden sind, als Ordinaten über der Abszisse n (oder besser $log\ n$) aufträgt: die Werte ordnen sich auf einer glatten Kurve an. Vereinzelte Versuchsergebnisse, die nicht recht in den Rahmen der angeführten Tabelle paßten, haben sich schon dadurch als Zufallsergebnisse erwiesen, daß sie bei einer späteren Wiederholung des Versuchs nicht wieder erhalten werden konnten.

Die Bestimmung eines festen Werts von ϱ_{max} beim Bogen zwischen Kupferelektroden ist darum besonders schwierig, weil sich der Bogen bei den erforderlichen kleinen Stromstärken leicht in die Glimmstromentladung verwandelt. Das geschieht bei blanken Elektroden oft bei verhältnismäßig großen Werten der Stromstärke i_0 (bis zu 0,5 Ampere). Haben sich die Elektroden erst ein wenig oxydiert, so kann man i_0 häufig auf 0,2 Ampere und weniger erniedrigen, ohne das Umschlagen in Glimmstrom befürchten zu müssen. Der Grund ist der, daß glühende Metalloxyde leichter Elektronen freigeben, als das reine Metall, was zuerst von Wehnelt beobachtet worden ist; folglich darf auf der oxydierten Elektrode die Größe und Temperatur des negativen Kraters und damit die Stromstärke auf einen kleineren Wert sinken, bevor der Bogen unmöglich wird. Man umgeht diese Schwierigkeit, wenn man den Bogen zwischen Aluminiumelektroden brennen läßt; hier kann er bis zu sehr kleinen Stromstärken hinab bestehen. Dagegen erscheint nun eine andere Schwierigkeit, die sich bei *Cu*-Elektroden auch, aber in geringerem Maße bemerkbar macht: der negative Krater hat eine lebhafte Tendenz zum Wandern, besonders wenn gar kein Schwingungskreis oder ein solcher mit hohem charakteristischem Widerstand ϱ parallel geschaltet ist, und zwar um so mehr, je höher die Eigenfrequenz des Schwingungskreises ist. Der Bogen entsteht an der engsten Stelle des Elektrodenzwischenraums, wandert weg und zieht sich dahei in die Länge. Erst wenn man die Verhältnisse so abändert, daß T_2/T größer wird, das heißt eine längere stromlose Pause nach jedem Stromdurchgang durch die Bogenstrecke stattfindet,

Digitized by Google

bleibt der Bogen ruhig an der engsten Stelle. Schaltet man einen Schwingungskreis, der eine derartige Schwingung ergibt, parallel zu einem Bogen, der in lebhafter Wanderung begriffen ist, so zieht sich der Bogen im Augenblick des Einschaltens sofort auf die engste Stelle des Elektrodenzwischenraums zurück und bleibt dort bestehen: er wird eben jedesmal an der engsten Stelle neu gezündet und kann sich während der im Vergleich zur Pause kurzen Zeit des Stromdurchgangs nicht merklich von dieser entfernen. Das Wandern selbst erklärt sich vielleicht dadurch, daß sich das Oxyd der Elektrodenoberfläche im Innern des Kraters zersetzt, so daß das Kraterinnere nun weniger negative Elektronen liefert, als der oxydierte Kraterrand. Auf diesem nimmt daher die Stromdichte zu, und das Zentrum der Strombasis verschiebt sich nach irgendeiner bevorzugten Stelle des Randes; von hier aus muß es weiterwandern, sobald das Oxyd auch hier zersetzt ist. Für diese Erklärung spricht außer dem Aussehen der Erscheinung auch der Umstand, daß hauptsächlich der negative Krater wandert, und daß dabei keine Richtung bevorzugt erscheint.

Wir wollen hier noch einige Bemerkungen über den Einfluß des Elektrodenmaterials anschließen, die sich auf den ganzen Frequenzbereich beziehen, in dem genauere quantitative Versuche gemacht worden sind, das heißt, auf Frequenzen unterhalb 20 Millionen Perioden. Zwischen einem Bogen mit Aluminiumelektroden und einem solchen mit Kupferelektroden scheinen weiter keine erheblichen Unterschiede, als die schon erwähnten, zu bestehen; beide sind, wenn man sehr kleine Stromstärken i_0 außer Betracht läßt, gleich gute Schwingungserreger. Silberelektroden nähern sich in ihrem Verhalten dem Kupfer. Zink hat dagegen die Eigenschaft, daß der Bogen schon bei kleineren Strömen i_0 inaktiv wird, als mit Kupfer unter sonst gleichen Umständen. Demgemäß ist für Zink ϱ_{min} größer und ϱ_{max} kleiner. Diesen Einfluß hat Zink übrigens nur, wenn es als Kathode angewandt wird; bestehen die Elektroden aus verschiedenen Metallen, so richtet sich das Verhalten des Bogens ganz allgemein in erster Linie nach dem Material der Kathode. Eisen steht in dieser Hinsicht zwischen Zink und Kupfer, dem Zink jedoch viel näher. Zink und Eisen wären also als Elektroden zur Erzeugung von Schwingungen zweiter Art weniger zu empfehlen. Die Unterschiede zwischen den einzelnen Metallen sind allerdings bei geringerer Frequenz kaum merklich; sie nehmen mit der Fre-

Digitized by Google

quenz zu; bei 10^5 Perioden sind sie deutlich bemerkbar, wenngleich an sich nicht sehr bedeutend.

Dagegen zeigt der Bogen ein ganz anderes Verhalten, wenn eine Elektrode aus Kohle besteht. Ist dies die Kathode, so wirkt der Bogen beinahe so, wie wenn auch die Anode aus Kohle bestünde; dann sind, wie bekannt, Schwingungen, deren Frequenz n' 50000 Perioden übersteigt, nicht zu erhalten. Steigert man bei bestehenden Schwingungen zweiter Art den Gleichstrom i_0 mehr und mehr, so wird im allgemeinen der Bogen nicht gleich inaktiv, sondern es entstehen zuvor Schwingungen erster Art. Bei einer Kathode aus Kupfer oder Aluminium sind solche dagegen nie beobachtet worden. Die Lichtbogenhysterese, der sie nach der Theorie ihr Bestehen mit endlicher Amplitude verdanken, muß also bei diesen Metallen äußerst klein sein.

Sehr merkwürdige Eigenschaften hat der Bogen mit einer Kohleanode und Metallkathode. Es liegt hier die Annahme nahe, daß ein solcher Bogen die Erscheinung des Rückzündens früher und leichter zeigen müsse, als ein solcher mit metallischer Anode, da diese kühler bleibt, besonders wenn sie, wie hier, noch künstlich gekühlt wird. Doch bestätigt sich diese Annahme nur bei großem Bogenstrome; mit kleinem i_0 ist das Gegenteil der Fall. Bei der verhältnismäßig niedrigen Frequenz von 7300 Perioden wird mit $\varrho = 178$ Ohm zwar ebenso leicht rückgezündet, wenn die Anode aus Kohle, als wenn sie aus Aluminium oder Kupfer besteht. Dagegen ist bei $n = 33800$, $\varrho = 830$ der Unterschied schon unverkennbar: die ersten Rückzündungen erfolgen mit Aluminiumelektroden bei $i_0 = 0{,}25$ Ampere, mit einer Kohleanode erst bei $i_0 = 0{,}14$ Ampere. Das Verhalten eines Bogens mit Metall-(Kupfer-)kathode und Kohleanode bei mittlerer und höherer Frequenz ersieht man deutlich aus den Kurven der Abb. 27. Zum Vergleich sind zwei Kurven 1′ und 2′ eingezeichnet, die an einem Bogen zwischen Kupferelektroden aufgenommen worden sind. Bei 1′ war der Schwingungskreis genau derselbe wie bei 1; bei 2′ und 2 stimmten die Konstanten beider Schwingungskreise wenigstens annähernd überein. Man ersieht, daß der Bogen mit einer Kohleanode bei gleichem i_0 einen geringeren effektiven Wechselstrom hergibt, daß er mit großem ϱ leichter, bei kleinem ϱ dagegen weniger leicht inaktiv wird, daß er aber stets erst bei kleinerem i_0 zur Rückzündung neigt. Darum kann man mit diesem Bogen bei sehr kleinem ϱ noch Schwingungen zweiter

Digitized by Google

Art erhalten; bei ihnen ist dann aber die stromlose Pause T_2 lang im Vergleich zur Eigenschwingungsdauer T des Schwingungskreises, und die Schwingungen verlaufen nicht besonders regelmäßig. Ihre Frequenz ändert sich oft ohne erkennbaren äußeren Anlaß ganz bedeutend; entsprechend steigt oder fällt auch i_w; bei der Aufnahme der Kurve 5 sind Schwankungen bis zu 20 Proz.

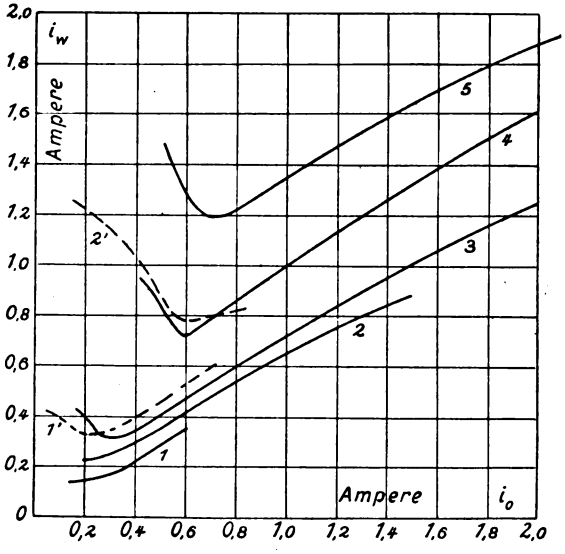


Abb. 27.

	C_+	Cu_-
1.	$\varrho = 750$;	$n = 123000$
2.	$\varrho = 283$;	$n = 46400$
3.	$\varrho = 45{,}3$;	$n = 287000$
4.	$\varrho = 19{,}7$;	$n = 125000$
5.	$\varrho = 10{,}4$;	$n = 236000$.
	Cu_+	Cu_-
1'.	$\varrho = 750$;	$n = 123000$
2'.	$\varrho = 295$;	$n = 47800$.

beobachtet worden. Das Ergebnis dieser Versuche, daß eine Metallanode leichter zur Rückzündung Anlaß gibt, wie eine Kohleanode, steht im Widerspruch mit den Beobachtungen von Simon[1]) und

1) Phys. Zeitschr. 6, 297, 1905; der Gedanke liegt auch dem Simonschen Patent D.R.P. Nr. 156364 vom 26. März 1903 zugrunde.

Digitized by Google

der erfolgreichen Anwendung dieser Beobachtungen in der Hochfrequenzlampe von W. Poulsen und der der „Telefunken"-Gesellschaft. Der Unterschied ist wahrscheinlich auf die viel größere Stromstärke zurückzuführen, die bei den letztgenannten Versuchen und Apparaten angewendet wird. Aus Mangel an Zeit konnte diese Frage nicht weiter verfolgt werden. (Vergleiche eine kurze Bemerkung § 8h, S. 109, Fußnote.)

d) Einfluß des dämpfenden Widerstands und der Bogenlänge.

Die Vermehrung des Dämpfungswiderstands w im Schwingungskreise zieht Verminderung der erzeugten effektiven Wechselstromstärke nach sich; dasselbe tut eine Vergrößerung der Bogenlänge, wie aus der Abb. 28 hervorgeht. Während aber die genannte Wirkung des Widerstands durchaus erklärlich ist und an Hand der Bogencharakteristik (Abb. 8) leicht im einzelnen verfolgt werden kann[1]), läßt sich der Einfluß der Bogenlänge nur dadurch erklären, daß die Anfangsspannung E_0 abnimmt, oder daß die Charakteristik ihre Form ändert, wenn die Bogenlänge wächst. Es wird später gezeigt, daß bei Bogenlängen unter 3 mm der erste, bei längeren Bögen der zweite Einfluß vorwiegend in Frage kommt. Wir heben noch ausdrücklich hervor, daß es sich hierbei stets um Bögen mit Metallelektroden handelt; bei ihnen ist also der Einfluß der Bogenlänge genau der entgegengesetzte, wie beim Bogen mit Kohlekathode, wenigstens bei den üblichen Bogenlängen; wird diese sehr groß, so nimmt ja auch beim Kohlebogen schließlich die Fähigkeit, Schwingungen zu erregen, mit wachsender Länge ab.

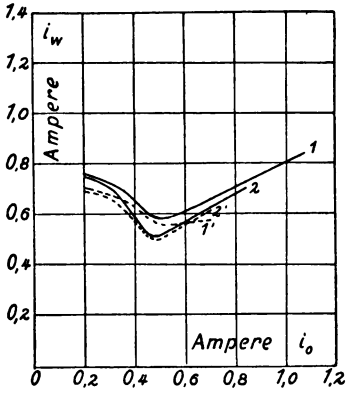


Abb. 28.

$n = 53300$; $\varrho = 525$
1. $w = 0$; $s = 0{,}8$ mm
2. $w = 0$; $s = 1{,}2$ „
1'. $w = 25$; $s = 0{,}8$ „
2'. $w = 25$; $s = 1{,}2$ „

Maßgebend für die Verminderung der Intensität der Schwingungen ist das durch den Widerstand w hineingebrachte Dekrement

1) Barkhausen, Gött. Dissertation Art. 37, S. 75, 76, Fig. 31, 32.

Digitized by Google

$$\mathfrak{d} = \frac{w}{2l} T = w\pi \sqrt{\frac{C}{l}} = \pi \frac{w}{\varrho}.$$

Derselbe Widerstand w wird demnach die Stärke des Wechselstroms i_w um so mehr abdämpfen, je kleiner ϱ ist. Diese Folgerung wird durch die Kurven der Abb. 29 bestätigt; die Verminderung von i_w beträgt

etwa 7 Proz. mit $\mathfrak{d} = 0{,}3$ (Kurve 3),
„ 18 „ „ $\mathfrak{d} = 0{,}85$ „ 2),
„ 33 „ „ $\mathfrak{d} = 1{,}64$ „ 1).

Zugleich wird der Bogen schon bei kleineren Stromstärken i_0 inaktiv. Die letzte Wirkung des Widerstands ist besonders klar aus der Kurve Abb. 30 zu ersehen. Zu einer Reihe von Werten i_0 ist jedesmal derjenige Widerstand w ermittelt worden, bei dessen Einschaltung der Bogen gerade inaktiv wurde. Die erhaltenen Widerstandswerte (in Ohm) sind in Abb. 30 an den zugehörigen Abszissen i_0 verzeichnet. Es ist hier ein ungewöhnlich großer Wert von ϱ gewählt worden, um recht regelmäßige Schwingungen zu erhalten. Die gezeichnete Kurve ist die ohne besonderen Zusatzwiderstand w aufgenommene; der Widerstand der Spule und der Drahtverbindungen hat 2 Ohm nicht erreicht. Die

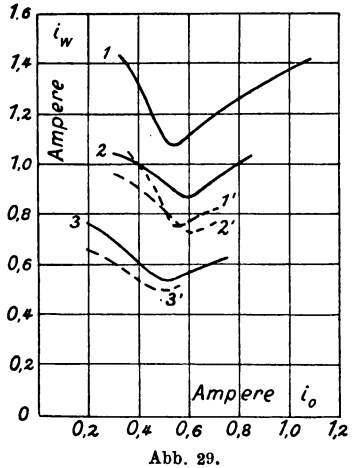


Abb. 29.

$s = 1$ mm
—— $w = 0$
– – – $w = 50$ Ohm
1 (1'). $\varrho = 96$; $n = 325000$
2 (2'). $\varrho = 186{,}3$; $n = 167500$
3 (3'). $\varrho = 530$; $n = 53000$.

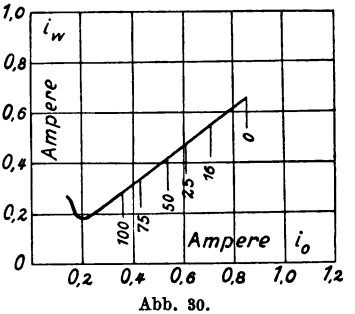


Abb. 30.

$\varrho = 5000$; $n = 79000$
$s = 1$ mm
$w = 0$, 16, 25, 50, 75, 100 Ohm.

Digitized by Google

mit den verschiedenen Werten von w (bis 100 Ohm) erhaltenen Kurven $i_w = f(i_0)$ weichen von der gezeichneten Kurve nicht merklich ab; das kommt daher, das selbst mit $w = 100$ Ohm das Dekrement nur $\pi \frac{100}{5000} = 0{,}063$ wird. Dabei ist die dem Schwingungskreis entzogene Energie um mehr als das 50fache gestiegen! Auch hier zeigt sich wieder, daß man große Werte von ϱ zu wählen hat, wenn man mit möglichst konstanten Schwingungen arbeiten will.

Barkhausen hat die Ansicht vertreten, daß sich durch Einschaltung eines Zusatzwiderstands w die Rückzündung bekämpfen, das heißt hinausschieben lasse[1]), weil wegen der Dämpfung im Augenblick des Erlöschens die Spannung am Bogen nicht mehr E_0, sondern nur noch $E_0 \varepsilon^{-\alpha T_1} = \frac{E_0}{\delta}$ ($\delta > 1$) ist (§ 6b). Ein solcher Einfluß von w müßte, wenn er beträchtlich wäre, für die Praxis der Schwingungserregung sehr wertvoll sein; denn er würde erlauben, die ϱ_{min}-Grenze herabzusetzen und so kontinuierliche Schwingungen von größerer Stromstärke ermöglichen. Leider ist die erzielte Wirkung ganz unbeträchtlich. Man ersieht das schon aus den Kurven der Abb. 29, bei denen keine merkliche Verschiebung des Minimums, das heißt der Rückzündungsgrenze nach kleineren i_0 hin auftritt, wenn man w vermehrt, trotzdem in einem Falle (Kurve 1) das Zusatzdekrement den hohen Wert 1,64 erreicht hat. Hier lehrt also wieder die Abweichung der wirklichen von den erwarteten Versuchsergebnissen, daß die Bedingungen des Rückzündens noch nicht erforscht sind. An der Grenze ϱ_{min} erweist sich eine Vergrößerung des Dekrements nach meinen Versuchen in allen Fällen als schädlich; der jedenfalls sehr geringfügige Vorteil geringerer Neigung zum Rückzünden wird weitaus aufgewogen durch eine starke Verminderung der Aktivität des Bogens.

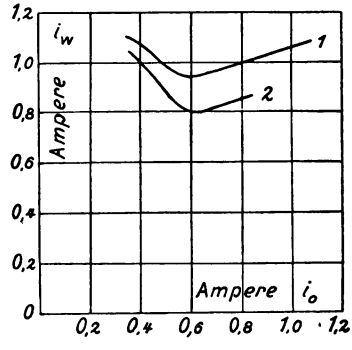


Abb. 31.

$\varrho = 457$; $n = 18650$
1. $s = 0{,}7$ mm
2. $s = 1{,}4$ „

1) Gött. Diss. § 47.

Digitized by Google

Der Einfluß der Bogenlänge soll später an Hand der erhaltenen dynamischen Charakteristiken eingehender behandelt werden; wir schließen diese Erörterungen mit der Wiedergabe der Abb. 31, die nochmals — als ein Beispiel für viele — dartun soll, wie die Länge des Metallichtbogens seine Fähigkeit zur Schwingungserregung beeinflußt, wenn sie nicht allzustark von der bei den übrigen Versuchsreihen zugrunde gelegten Länge von 1 mm abweicht.

e) Glimmstromschwingungen.

Da die Glimmstromentladung auf einer fallenden Charakteristik vor sich geht, so ist von vornherein nicht ausgeschlossen, daß sie sich ebenso, wie der Lichtbogen, zur Erregung von Schwingungen eigne. Der Versuch zeigt indes, daß reine Glimmstromschwingungen recht schwierig zu erhalten sind. Sie sind nur bei nicht zu hoher Frequenz möglich; denn der Glimmstrom hat ebenso, wie der Kohlebogen, eine starke Hysterese (§ 5 a). Damit hängt zusammen, daß man mit Glimmstrom Schwingungen erster Art erhalten kann.

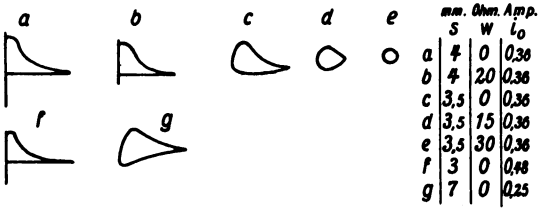
Glimmstromschwingungen zweiter Art wurden an einer 1 mm langen Entladungsstrecke zwischen gekühlten Kupferelektroden bei $n = 10000$, $\varrho = 246$ Ohm mit $i_0 = 0{,}7$ bis 1,1 Ampere zuerst beobachtet; der erhaltene Wechselstrom betrug etwa 1,3 Amp. Für kleinere i_0 ist der Glimmstrom inaktiv; bei $i_0 = 1{,}1$ verwandelt sich die Entladung in die Lichtbogenform. Das gilt aber nur bei blanken Elektroden. Sobald sie sich oxydiert haben, schlägt die Entladung schon bei etwa $i_0 = 0{,}5$ Ampere in den Lichtbogen über, und dann gibt es natürlich überhaupt keine Glimmstromschwingungen. Diese erscheinen aber wieder, wenn man die Elektroden blank macht[1]). Ähnliche Ergebnisse liefert ein Kreis mit doppelt so großer Kapazität, das heißt $n = 7070$ in der Sekunde, $\varrho = 174$ Ohm. Bei einem Kreise mit den Konstanten $n = 11800$, $\varrho = 740$ erhält man mit $i_0 = 0{,}36$ Ampere an einer Entladungsstrecke von 2 mm zwischen blanken Kupfer-

1) Ob man es mit Glimmstrom- oder Lichtbogenschwingungen zu tun hat, erkennt man schon rein äußerlich am Aussehen der Entladung: Beim Glimmstrom sieht man die Kathode mit der blauen Glimmhaut bedeckt, die der Erscheinung ihr besonderes Gepräge verleiht; der Bogen dagegen ist bei kleinem Strom weiß mit einem rötlichen Anflug; bei größerem Strom tritt die Farbe des Elektrodendampfes mehr und mehr hervor (bei *Cu* grün).

Digitized by Google

elektroden eine reine Glimmstromschwingung erster Art, deren Charakteristik der Form nach mit der äußersten der in Abb. 6 dargestellten Charakteristiken übereinstimmt.

Leichter und dauernder sind bei demselben Kreise Glimmstromschwingungen herzustellen, wenn die Entladung zwischen Messingelektroden vor sich geht. Dabei darf die Entladungsstrecke s nicht zu klein sein. Die Formen einiger der erhaltenen Charakteristiken zeigt die Abb. 32. Es kommen unter denselben



	mm. s	Ohm. w	Amp. i_0
a	4	0	0,36
b	4	20	0,36
c	3,5	0	0,36
d	3,5	15	0,36
e	3,5	30	0,36
f	3	0	0,48
g	7	0	0,25

Abb. 32.

Dynamische Glimmstrom-Charakteristiken.

Bedingungen bald Schwingungen erster, bald solche zweiter Art vor; offenbar spielt der zufällige Zustand der Elektrodenoberfläche hier eine große Rolle. Die Charakteristiken ähneln in vieler Hinsicht denen, die man beim Kohlebogen erhält.

Es gibt auch Schwingungen, insbesondere Übergangsformen zwischen solchen zweiter und dritter Art, bei denen ein Teil der Entladung als Bogen, ein anderer (besonders häufig die Rückzündungsphase) als Glimmstrom vor sich geht; auf solche werden wir später bei der Besprechung der dynamischen Charakteristiken zurückkommen.

f) Schwingungen von der Frequenz Hertzscher Wellen.

Da sich am Metallichtbogen bei niedriger und mittlerer Frequenz die Erscheinung der Lichtbogenhysteresis noch gar nicht bemerkbar macht, so hat Simon schon vor mehreren Jahren vermutet, daß sich mit Metallelektroden kontinuierliche Schwingungen von höherer Frequenz müßten herstellen lassen, als bisher erreicht worden war[1]). Die Vermutung hat sich als richtig erwiesen. Auf Grund meiner systematischen Versuche am Metalllichtbogen gelang mir in der ersten Juliwoche 1908 der Nach-

1) Phys. Zeitschr. **6**, 297, 1905.

Digitized by Google

weis, daß ein solcher Bogen Schwingungen von 10^8 Perioden und mehr zu erregen imstande ist[1]). Bei einem Teil der Versuche ist die in Abb. 21 dargestellte Bogenlampe angewendet worden; da sich aber gezeigt hat, daß massive Elektroden beliebiger Form dieselben Dienste tun, so sind teilweise auch einfache Stäbe als Elektroden benutzt worden. Als Stromquelle diente zunächst die auch bei den anderen Versuchen angewendete Gleichstromdynamo von 5000 Volt. Diese hohe Spannung ist aber nicht unbedingt nötig; die Versuche gelingen auch mit 440 Volt, wenn man den Bogen so kurz macht und so viel Selbstinduktivität in die Zuleitung schaltet, daß der Bogen bei der günstigsten Stromstärke von 0,3 bis 0,5 Ampere stabil brennt und die nötige Zündspannung (durch Induktion) entstehen kann.

Den Übergang zu den Versuchen mit sehr hoher Frequenz bildet ein Versuch mit einem noch nahezu geschlossenen Schwingungskreise, der aus einem Luftkondensator von $2 \cdot 10^{-5}$ Mikrofarad bestand, der durch kurze gerade Drähte und durch ein Hitzdrahtinstrument mit den Elektroden des Bogens verbunden war; die Eigenfrequenz dieses Kreises ist zu $2{,}4 \cdot 10^7$ Perioden (12,5 m Wellenlänge) bestimmt worden. Hier tritt der Unterschied zwischen den verschiedenen Metallen, die als Kathode dienen, deutlich hervor. Am günstigsten verhält sich eine Aluminiumkathode; sie ergibt von ganz kleinen Stromstärken i_0 an bis $i_0 = 0{,}54$ Amp. regelmäßige Schwingungen zweiter Art[2]). Der Bogen mit Kupferkathode wird schon bei $i_0 = 0{,}38$ Ampere inaktiv. Noch schlechter wirken Nickel- und Silberkathoden; sie geben mit $i_0 \lessapprox 0{,}35$ Ampere nur wenig regelmäßige schwache Schwingungen. Der Bogen mit einer Kathode aus Eisen, Zink oder Kadmium ist inaktiv. Das Material der Anode ist in allen Fällen gleichgültig, wenn es nur Metall ist; dagegen ist der Bogen mit Kohleanode sehr unruhig und erregt nur ab und zu ganz unregelmäßige Schwingungen.

---

1) Der erste kurze Bericht über diese Versuche ist von H. Th. Simon auf der Kölner Jahresversammlung deutscher Naturforscher und Ärzte (1908) erstattet worden (vgl. Phys. Zeitschr. **9**, S. 872, 1908)

2) Bei $i_0 = 0{,}54$ Ampere zeigt das Hitzdrahtinstrument den Strom $i_w = 0{,}6$ Ampere an; der wahre Wert i_w ist etwas kleiner, denn bei der hohen Frequenz zeigt auch der dünne und schlechtleitende Hitzdraht einen merklichen Skineffekt und darum eine stärkere Erwärmung als bei derselben effektiven Gleichstromstärke.

Digitized by Google

Schwingungen von der Frequenz Hertzscher Wellen erhält man, wenn man an die Elektroden beiderseits einfache Drähte (mit oder ohne besondere Platten an den Enden) anschließt; die Messung der Wellenlänge kann in bekannter Weise geschehen. Die Schwingungen lassen sich einfach durch ein Thermoelement nachweisen, das in den einen Schwingungsdraht eingeschaltet ist; in der Erwärmung der Thermozelle hat man ein Maß für die Intensität der Schwingungen. Um zu erreichen, daß wirklich nur in den eigentlichen Schwingungsdrähten Schwingungen erregt werden, nicht auch in den Zuleitungen zur Gleichstromquelle, tut man gut, in diese Zuleitungen unmittelbar vor den Elektroden kleine Drosselspulen einzuschalten.

Daß sich noch Schwingungen von ganz kurzer Wellenlänge erregen lassen, geht aus folgendem Versuch hervor. An die eine Elektrode (Abb. 21) wurde durch einen kurzen Draht (etwa 10 cm lang, 1 mm stark) ein empfindliches Hitzdrahtinstrument einpolig angeschlossen (maximal 0,1 Amp. bei 10 Ohm Widerstand). Es kam zum vollen Ausschlag, wenn die Elektroden aus Aluminium bestanden und $i_0 \lessgtr 0{,}6$ Ampere war; bei größerem Strome nimmt der Ausschlag ab, offenbar, weil der Bogen beginnt inaktiv zu werden und darum die Schwingungen zeitweise aussetzen. In diesem Fall handelt es sich um recht kurze Wellen, da die Kapazität des Instruments sehr klein ist. (Es ist gelegentlich festgestellt worden, daß sie in der Größenordnung der Kapazität der Bogenelektroden liegt.) Nimmt man zu demselben Versuch Kupferelektroden, so darf man i_0 nicht über 0,35 Ampere steigern, wenn der Bogen aktiv bleiben soll. Wenn man die Wirkung der *Al*-Elektroden bei $i_0 = 0{,}35$ als „sehr gut" bezeichnet, so verdienen solche aus *Cu* das Prädikat „gut", *Ni* „mäßig", *Ag* „sehr mäßig", während sich mit *Cd*-, *Zn*- und *Fe*-Elektroden überhaupt keine Schwingungen ergeben. Erniedrigt man i_0 auf 0,14 Ampere, so bleibt das Verhältnis im wesentlichen dasselbe; nur daß bei ganz kurzer Bogenlänge (etwa 0,1 bis 0,2 mm) auch mit *Cd*-, *Zn*- und *Fe*-Elektroden gelegentlich unregelmäßige Schwingungen angeregt werden, die indes allem Anschein nach solche dritter Art sind. Auf das Material der Anode kommt es auch hier nicht an, wenn die Anode nur aus Metall besteht; mit einer Kohleanode sind die Bögen stets inaktiv. Ferner hat sich bei den Versuchen mit diesen höchsten Frequenzen wiederum ergeben, daß der Bogen um so besser als Schwingungserreger wirkt, je kürzer man ihn macht;

185476

Digitized by Google

er wird bei um so kleinerem i_0 schon inaktiv, je länger er ist. Die Stärke der Schwingungen läßt sich beträchtlich steigern, wenn man zwei Bögen in Reihe schaltet; die Anordnung wird in diesem Fall erst bei größerem i_0 inaktiv. (Vgl. hierzu die späteren Erörterungen und Versuche über das Verhalten in Reihe geschalteter Bögen.)

Etwas später hat N. Stschodro ähnliche Versuche veröffentlicht[1]), bei denen er die Elektroden selbst als Hertzschen Wellensender ausgebildet hat; es ist ihm gelungen, mit dieser Anordnung die bekannten Hertzschen Versuche anzustellen: er hat gezeigt, daß die von seinem Sender ausgestrahlten elektromagnetischen Wellen gespiegelt und gebrochen werden können, und daß sie in einer zur Ebene des Senders senkrechten Ebene polarisiert sind.

Noch später hat W. G. Cady[2]) ähnliche Versuche mitgeteilt; er hat, allerdings bei niedrigerer Frequenz (etwa 10^6 Perioden), durch Aufnahme der Resonanzkurve eines durch die Schwingungen beeinflußten Resonators[3]) einen neuen schätzenswerten Nachweis erbracht, daß die primären Schwingungen ungedämpft, das heißt kontinuierlich verlaufen; das aus einigen seiner Versuche hervorgehende geringe Primärdekrement von 0,005 kann sehr wohl der Unregelmäßigkeit der Schwingungen (Schwankungen der Frequenz) zugeschrieben werden.

Der Umstand, daß ein Bogen mit Metallelektroden bei kleiner Stromstärke i_0 imstande ist, außerordentlich schnelle Schwingungen zu erregen, und daß gegebenenfalls die Elektroden selbst als Hertzscher Sender wirken können, mahnt bei Versuchen mit solchen Bögen zur Vorsicht; man glaubt mit einem Gleichstrombogen zu operieren und arbeitet tatsächlich unter Umständen mit einem Wechselstrombogen sehr hoher Frequenz. So hat z. B. Hartmann[4]) beobachtet, daß am Spektrum eines Gleichstrombogens zwischen Metallelektroden gewisse Veränderungen vorgehen, wenn die Stromstärke sehr klein wird (es treten die Funkenlinien auf), und hat geglaubt, diese Beobachtung als Stütze für seine Anschauung betrachten zu dürfen, daß die Emission des Bogens in einer Erscheinung der Elektrolumineszenz bestehe. Wenn man indes mit der Möglichkeit rechnen muß, daß der Bogen bei seinen Ver-

1) Ann. d. Phys. (IV) **27**, 225, 1908.
2) Phys. Zeitschr. **10**, 623, 1909.
3) Vgl. V. Bjerknes, Wied. Ann. **55**, 121, 1895.
4) Berl. Ber. 1903, S. 234.

Digitized by Google

suchen schnelle Schwingungen erregt habe, so verlieren seine Schlüsse die Beweiskraft, wie aus den Erörterungen des § 8g über das Bogenspektrum hervorgehen wird.

An dieser Stelle hat noch die Bemerkung Interesse, daß die aus sechs in Reihe geschalteten Kupferkohlebögen (Kohle = Kathode) bestehende Hochfrequenzlampe der „Gesellschaft für drahtlose Telegraphie“ nicht fähig ist, Schwingungen zweiter Art von mehr als 1,5 Millionen Perioden zu erzeugen; die Frequenzgrenze der Poulsenlampe liegt wenig höher.

g) Über das Spektrum des Bogens.

Nach der dieser Abhandlung zugrunde gelegten Theorie ist der Entladungsfunken einer Kondensatorenbatterie ebensogut ein Lichtbogen, wie etwa der Gleichstrombogen; so verschieden sie äußerlich sein mögen, sie stellen nur die Endglieder derselben Entladungsform, nämlich der Bogenentladung dar. Damit scheint sich zunächst die Tatsache nicht vereinbaren zu lassen, daß die Spektren beider Erscheinungen durchaus verschieden sind. Der Gleichstrombogen hat ein ausgesprochenes Bandenspektrum; im Funkenspektrum sind die Banden nicht oder nur schwach bemerkbar, dagegen erscheint ein wohlausgebildetes lichtstarkes Linienspektrum.

Wir wissen nun, daß sich in elektrischer Hinsicht vom Gleichstrombogen durch Vermittlung der Schwingungen erster und zweiter Art eine lückenfreie Brücke zur Funkenentladung schlagen läßt, die wir ja dementsprechend auch als Schwingungsform dritter Art bezeichnet haben. Da liegt denn die Frage nahe, ob sich auf dem Wege über diese Brücke auch das Spektrum des Gleichstrombogens stetig in das Funkenspektrum verwandelt. Die schönen Untersuchungen von La Rosa[1]) haben eine bejahende Antwort auf diese Frage gegeben. La Rosa erregte durch einen Bogen zwischen Kohleelektroden mit $i_0 = 4$ Ampere Schwingungen zweiter Art in einem zum Bogen parallel geschalteten Kondensatorkreise und fand folgendes sehr bemerkenswerte Ergebnis. Ist ϱ so groß, daß T_2 klein gegen T ist, daß also der Bogen nur während verhältnismäßig kurzer Zeit erloschen ist, so ist das Spektrum des Bogens vom Gleichstrombogenspektrum kaum zu unterscheiden;

1) M. La Rosa, Ann. Phys. (IV) **29**, 249, 1909.

Digitized by Google

es zeigt insbesondere die Banden des Kohlenstoffs und des Cyans in derselben Stärke wie dieses. Das trifft nach La Rosa zu für $\varrho = 16{,}1$ Ohm; $n = 493\ \text{sec}^{-1}$; $n' = 400\ \text{sec}^{-1}$, also $T_2/T \sim 0{,}23$. Wird ϱ verkleinert, also T_2/T vergrößert, so tritt das Bandenspektrum mehr und mehr zurück, während zugleich die Linien des Funkenspektrums immer deutlicher hervortreten. La Rosa fand mit $\varrho = 0{,}183$ Ohm, $n = 29000$, $n' = 5100$, d. h. $T_2/T = 5{,}2$ ein Spektrum, das mit dem Funkenspektrum fast übereinstimmt, und in dem die Banden nur ganz schwach waren. Am deutlichsten waren noch die Cyanbanden vertreten, die aber auch im Funkenspektrum noch schwach sichtbar sind. Dieses wurde am Entladungsfunken beobachtet, der bei der Entladung einer Kapazität von 0,001 Mikrofarad über die 3 mm lange Trennstelle zwischen den beiden Kohlen auftritt.

Zwischen den beiden Grenzwerten $\varrho = 16{,}1$ Ohm und $\varrho = 0{,}183$ Ohm findet ein ganz stetiger Übergang der beiden Spektralformen ineinander statt. Daß es hierbei im wesentlichen auf die Größe ϱ ankommt, welche Mittelform des Spektrums man erhält, geht am besten daraus hervor, daß die von La Rosa nur nach dem Aussehen geordneten Spektren sich zugleich als nach dem Parameter ϱ geordnet erweisen. Man erhält z. B. fast dasselbe Spektrum mit

$\varrho = 1{,}26$ Ohm, $n = 6300$, $n' = 1800$, $i_0 = 4$ Ampere,
und $\varrho = 0{,}7$ „ $n = 80000$, $n' = 20000$, $i_0 = 3$ „ ,

obgleich im zweiten Falle die Frequenz mehr als das zehnfache der Frequenz im ersten Falle beträgt. Die Bogenlänge hat La Rosa in allen Fällen so reguliert, daß er den größten effektiven Wechselstrom i_w erhalten hat.

Aus den Versuchen ergibt sich zugleich auch eine sehr einleuchtende Antwort auf die Frage nach der Ursache der besprochenen Veränderung des Spektrums, wenn man sich auf den Standpunkt stellt, daß die Temperatur der emittierenden Teilchen für ihre Emission maßgebend ist, wobei die Temperatur eines Teilchens im Sinne der kinetischen Theorie definiert sein soll. Mit wachsendem T_2/T, also abnehmendem ϱ, wird die Maximalleistung im Bogen im Vergleich zur mittleren Leistung immer größer. Für das Volumen des leuchtenden Gases wird (wenn man gar zu langsam veränderliche Vorgänge von der Betrachtung ausschließt) in erster Linie die mittlere Leistung maßgebend sein;

Digitized by Google

es wird sich nicht beträchtlich ändern, wenn die Leistung rasch genug um ihren Mittelwert schwankt. Die Maximalleistung in der Volumeinheit ist darum um so größer, je kleiner ϱ ist; folglich werden auch die maximalen Teilchentemperaturen mit abnehmendem ϱ anwachsen müssen. Um die Versuchsergebnisse zu verstehen, braucht man nur anzunehmen, daß bei der niedrigeren Temperatur zunächst das Bandenspektrum erscheint, und daß es mit wachsender Temperatur mehr und mehr durch das Linienspektrum verdrängt wird, wobei die Frage nach der Art der Träger der Emission ganz außer Spiel bleiben kann[1]). Insbesondere erklärt sich hiermit zwanglos auch die am Ende des vorhergehenden Abschnitts erwähnte Beobachtung Hartmanns, wenn man annimmt, daß bei den kleinen Stromstärken der Bogen Schwingungen von sehr hoher Frequenz angeregt habe.

h) Aufnahme dynamischer Charakteristiken.

Die Betrachtungen des § 6 gründen sich zum Teil auf die Annahme einer idealisierten Charakteristik (Abb. 8). Wie in § 6e gezeigt ist, kommt diese Annahme im wesentlichen darauf hinaus, daß der Einfluß der Lichtbogenhysteresis vernachlässigbar sein soll. Nach den Versuchen von Roschansky (§ 5d) trifft das bei Metallen und nicht sehr hoher Frequenz zu. Da sich indes die Versuche des Herrn Roschansky auf richtige Funkenentladungen, d. h. typische Schwingungsformen dritter Art beziehen, so schien es mir nützlich, auch die kontinuierlichen Schwingungen auf ihre Charakteristik hin zu untersuchen. Von diesen Untersuchungen war ferner Aufklärung über die in § 8c erwähnten komplizierten Übergangsformen zwischen kontinuierlichen Schwingungen und gedämpften Funkenentladungen zu erhoffen. Endlich kann die verwendete Methode dazu dienen, die Elemente der Charakteristik, nämlich die Anfangsspannung E_0 und die Spannung e_0 des brennenden Bogens zu bestimmen und ihre Abhängigkeit von den Ver-

1) Vermutlich werden die beiden Spektren von ganz verschiedenen Trägern emittiert. In diesem Zusammenhang sei darauf hingewiesen, daß nach Beobachtungen von P. Lenard (Ann. Phys. (IV) **11**, 636, 1903) auch die verschiedenen Serien des Linienspektrums eines Bogens in Metalldampf räumlich getrennt entstehen; der an jeder Elektrode entwickelte Dampf bildet eine aus mehreren Mänteln zusammengesetzte Flamme; der äußerste Mantel emittiert nur die Linien der Hauptserie, jeder der inneren Mäntel die Linien einer bestimmten Nebenserie.

Digitized by Google

suchsbedingungen festzulegen. Systematische quantitative Messungen habe ich in dieser Richtung leider nicht anstellen können, da ich nur eine sehr beschränkte Zeit auf die Versuche verwenden konnte; solche Messungen würden insbesondere unsere Kenntnis vom Zündungsvorgang erweitern.

Die Versuchsanordnung zeigt Abb. 33. Zur Aufnahme der Charakteristik diente eine Braunsche Röhre, die durch eine In-

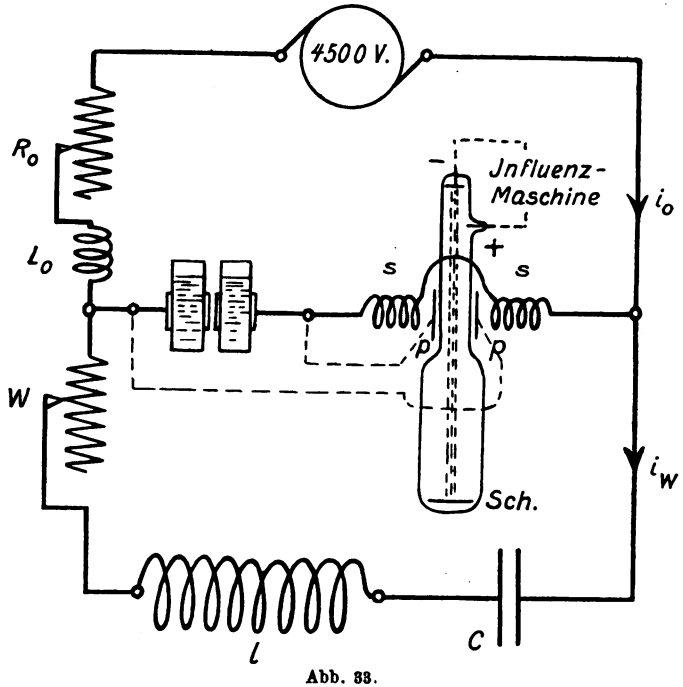


Abb. 33.

fluenzmaschine betrieben wurde. Die Röhre blieb zur Regulierung des Luftdrucks dauernd an die Luftpumpe angeschlossen; denn der Druck in der Röhre steigt bei längerem Betrieb an, während man nach größeren Pausen oft eine Druckverminderung beobachtet. Das Kathodenstrahlbündel erzeugt auf dem Schirm *Sch* einen hellleuchtenden Fluoreszenzfleck. Durch die vom Bogenstrom durchflossenen Spulen *ss* erhält man eine diesem Strom proportionale Ablenkung des Flecks senkrecht zur Zeichnungsebene; einen der Bogenspannung proportionalen Ausschlag des Flecks in der zur Stromablenkung senkrechten Richtung erzeugt das elektrische

Digitized by Google

Feld der Plattenelektroden *pp*. Unter der gleichzeitigen Einwirkung des elektrischen und des magnetischen Feldes beschreibt also der Fleck auf dem Schirm die Charakteristik.

Bei dieser Anordnung ist darauf zu achten, daß das magnetische Wechselfeld der Spulen *ss* in massiven Platten *pp* starke Wirbelströme induzieren würde, die ihrerseits das magnetische Feld abändern würden. Deshalb sind die Elektroden *pp* aus quadratischen Stanniolblättern hergestellt worden, die auf Pappe aufgeklebt und durch dicht nebeneinander geführte Parallelschnitte so unterteilt wurden, daß sie nur an einer Seite leitend verbunden blieben. Der Einfluß der dann in den einzelnen Elementen noch entstehenden Wirbelströme auf das Magnetfeld hat sich als unmerklich erwiesen.

Für höhere Frequenzen ist die besprochene Methode zur Aufnahme dynamischer Charakteristiken nicht brauchbar. Da man nämlich eine bestimmte Zahl von Windungen in den Spulen *ss* braucht, um eine genügende Stromablenkung des Flecks zu erhalten, so kommt man schließlich dahin, daß ein nicht mehr kleiner Teil der Selbstinduktivität des Schwingungskreises in den Spulen sitzt. Infolgedessen tritt an den Enden der Spulen ein entsprechender Anteil der Spannung $l\frac{di'}{dt}$ auf; das zugehörige elektrische Feld ergibt eine neue störende Ablenkung des Flecks. Bei der zur Verfügung stehenden Röhre konnten aus diesem Grunde Schwingungen von mehr als 100000 Perioden nicht untersucht werden; doch läßt sich diese Frequenzgrenze bei Verwendung spezieller, für große Stromempfindlichkeit gebauter Röhren sicher noch erheblich hinaufsetzen.

Eine andere störende Erscheinung tritt ein, wenn man mit ganz kurzen Bögen (0,2 bis 0,5 mm) arbeitet. Dann wirken nämlich die Ablenkungsplatten *pp* mit ihren Verbindungsdrähten als Hertzscher Oszillator, in dem durch den kurzen Lichtbogen kräftige Schwingungen erregt werden. Das dabei entstehende, sehr schnelle elektrische Wechselfeld zwischen den Platten *pp* verursacht nicht nur entsprechende Ablenkungen des Flecks, die sich in einer allgemeinen Erleuchtung des Schirms mit verwaschenen Rändern äußern, sondern bringt auch den Gasinhalt der Röhre selbst in jenes weißliche Leuchten, das alle hochevakuierten Röhren zeigen, wenn man sie in das Feld sehr schneller elektrischer Schwingungen bringt (Teslalicht). Durch Einschalten von Widerstand

Digitized by Google

in die Zuleitungen zu den Platten pp läßt sich die Erscheinung abdämpfen, aber nicht beseitigen.

Trotz ihrer Mängel hat aber diese Untersuchungsmethode einige sehr interessante Ergebnisse gezeitigt, über die jetzt berichtet werden soll. Zunächst hat sich gezeigt, daß im Bereich der Anwendbarkeit der Methode für die Schwingungen zweiter Art genau die durch Abb. 8 dargestellte Charakteristik gilt, wenn der Bogen zwischen Metallelektroden brennt und die Länge von 2 mm nicht überschreitet. Um die Übergangsformen zwischen den Schwingungen zweiter und denen dritter Art und auch den Einfluß des Elektrodenmaterials zu studieren, ist eine Reihe von Versuchen mit einem Schwingungskreise angestellt worden, dessen Konstanten $n = 11800$ Perioden in der Sekunde und $\varrho = 740$ Ohm betrugen ($l = 0{,}01$ Henry, $C = 0{,}01825$ Mikrofarad).

Einige der Charakteristiken, die man erhält, wenn beide Elektroden des Bogens aus Kupfer bestehen, sind in Abb. 34

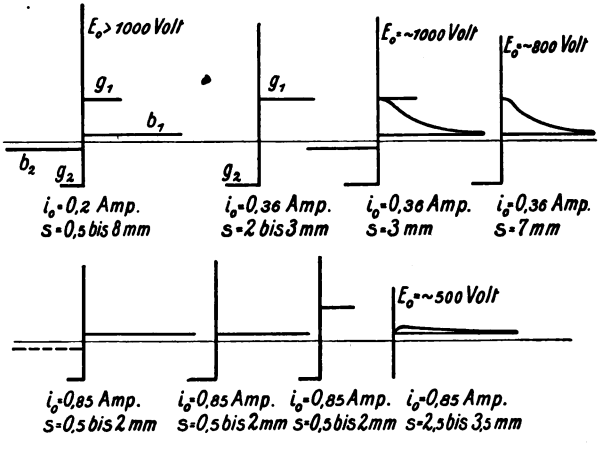


Abb. 34.
Beide Elektroden aus Kupfer.

wiedergegeben. Das erste Bild bezieht sich auf eine kleine Speisestromstärke ($i_0 = 0{,}2$) und zeigt einen recht komplizierten Schwingungsvorgang. Nur ein Teil der Zündungen und der Rückzündungen leitet eine wirkliche Bogenentladung ein (b_1, b_2); andere ergeben Glimmstromentladungen (g_1, g_2). An dem Aussehen des Bogens ist das ohne besondere Hilfsmittel (rotierender Spiegel, Spektroskop oder dergl.) nicht zu erkennen, da das weißgrüne

Digitized by Google

Bogenlicht das Glimmlicht überstrahlt. Bei etwas größerem Strom kommt es aber vor, daß die Glimmstromphase während längerer Zeit allein auftritt (Bild 2), und dann bemerkt man auf beiden Elektroden die blaue Glimmhaut. Mit noch größerem Strome ($i_0 = 0{,}85$) gelingt es auch mit einem kürzeren Bogen ($s = 0{,}5$ bis 2), diese Erscheinungen hervorzurufen, wenn man die Elektroden zuvor blank gemacht hat. Zunächst verläuft die ganze Schwingung eine Zeitlang in der Glimmstromphase (7. Bild); nachdem sich die Elektroden etwas oxydiert haben, erfolgt die Hauptentladung in Bogenform, die Rückentladung noch als Glimmstrom (6. Bild); zuletzt treten zwischendurch auch Rückentladungen in der Bogenphase auf (5. Bild, punktierte Linie). Verlängert man den Bogen weiter (i_0 wieder kleiner, damit der Bogen nicht inaktiv werde), so erhält man die im 3. und 4. Bild dargestellten Charakteristiken; diese sind offenbar so zu verstehen, daß manche Entladungen als Glimmstrom beginnen und sich dann in den Lichtbogen verwandeln. Im 4. Bild haben alle Hauptentladungen diesen Charakter. Das letzte (8.) Bild entspricht einer Schwingung zweiter Art; man bemerkt hier eine geringe Bogenhysteresis, die auch bei anderen Versuchen mit nicht zu kleiner Bogenlänge festgestellt worden ist, während mit geringerer Bogenlänge auch bei weit höherer Frequenz jede Andeutung davon fehlt. Man beachte hier (und auch bei Abb. 35) die Abnahme der Anfangsspannung E_0 mit wachsender Bogenlänge, die ein weiterer Grund dafür ist, daß längere Metallichtbögen soviel weniger geeignet zur Schwingungserregung sind als kurze. Mit $i_0 = 0{,}36$ Ampere ist der Bogen mit $s \geq 10$ mm inaktiv, mit $i_0 = 0{,}85$ Amp. schon bei $s \geq 3{,}5$ mm.

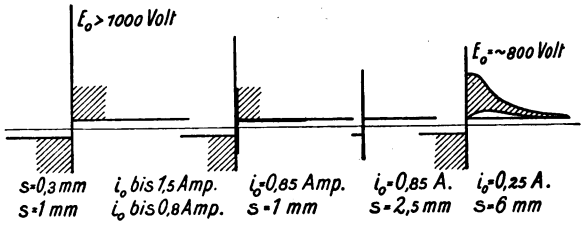


Abb. 35.

Beide Elektroden aus Aluminium.

Die Abb. 35 bezieht sich auf einen Bogen zwischen Aluminiumelektroden. Die Glimmstromphase tritt hier überhaupt nicht auf.

Digitized by Google

Da aber bei den Schwingungen mit langen Pausen, d. h. hoher Anfangsspannung E_0, jede Zündung wahrscheinlich zunächst einen Glimmstrom einleitet, der sich hier schon bei sehr kleiner Stromstärke äußerst schnell in den Bogen verwandelt, so regt dieser Spannungssprung Schwingungen höchster Frequenz an, die sich dem hier untersuchten Vorgang überlagern und durch eine verwaschene Erhellung der schraffierten Stellen kundgeben. — Mit kurzer Bogenlänge sind hier, ebenso wie mit Kupferelektroden, nur Schwingungen dritter Art zu erhalten (1. Bild). Erst mit $i_0 = 0{,}85$ Amp. und $s = 1$ mm erreicht man, daß Schwingungen zweiter mit solchen dritter Art abwechseln (2. Bild), bis endlich mit $s = 2{,}5$ mm die Rückentladung ganz unbedeutend geworden ist (3. Bild); bei $s > 2{,}5$ mm und $i_0 = 0{,}85$ Amp. ist der Bogen inaktiv. Dagegen kann man mit größerer Bogenlänge ($s = 6$ mm) wieder Schwingungen durch Verkleinern des Stromes i_0 hervorrufen; man erhält eine verhältnismäßig komplizierte Charakteristik (4. Bild), die sich indes nach dem Vorangeschickten leicht verstehen läßt.

Der Bogen zwischen Zinkelektroden (Abb. 36) zeigt bei kleiner Stromstärke ($i_0 = 0{,}2$) ähnliche Charakteristiken, wie ein Bogen

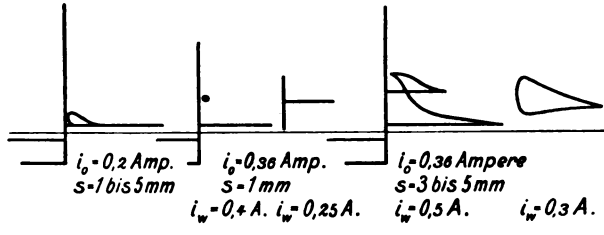


Abb. 36.

Beide Elektroden aus Zink.

mit *Cu*-Elektroden, jedoch lagern sich gelegentlich Schwingungen erster Art über (1. Bild). Mit wenig größerem Strome ($i_0 = 0{,}36$) erhält man ohne Änderung der Versuchsbedingungen bald Schwingungen mit abwechselnder Bogen- und Glimmstromrückentladung (2. und 4. Bild), bald reine Schwingungen zweiter oder erster Art; bei kurzer Bogenstrecke ($s = 1$ mm) sind es Glimmstromschwingungen vom zweiten Typus (3. Bild), bei etwas größerer Länge ($s = 3$ bis 5 mm) Schwingungen erster Art (5. Bild). Der isolierte Lichtpunkt im 2. Bild verrät, daß die Schwingung durch inaktive

Digitized by Google

Glimmstromzustände zeitweise unterbrochen ist. Beim *Zn* nimmt E_0 mit wachsender Bogenlänge zu; hierin, sowie in der Existenz von Schwingungen erster Art gibt sich eine Art Mittelstellung des *Zn*-Bogens zwischen dem Kohlebogen und dem zwischen *Cu*- oder *Al*-Elektroden kund. Es sei noch bemerkt, daß die Eigenschaften des Bogens von der Beschaffenheit der Oberfläche der *Zn*-Elektroden stark abhängen; ist diese blank, so tanzt der Bogen wild hin und her und beruhigt sich erst, nachdem die Oberfläche etwas verbrannt ist.

Wenn nur die Kathode aus *Cu*, die Anode dagegen aus Kohle besteht (Abb. 37), so unterbleiben bei der Rückentladung die

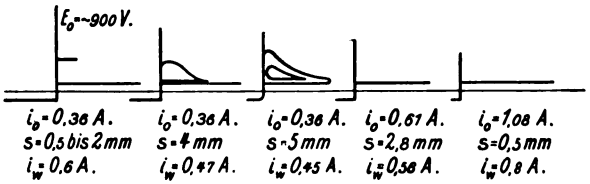


Abb. 37.

Kathode aus Kupfer, Anode aus Kohle.

Glimmstromerscheinungen, da sich diese erfahrungsgemäß an einer Kohlekathode schlecht ausbilden können, wogegen sie bei den im richtigen Sinne erfolgenden Entladungen und kleinem i_0 gelegent-

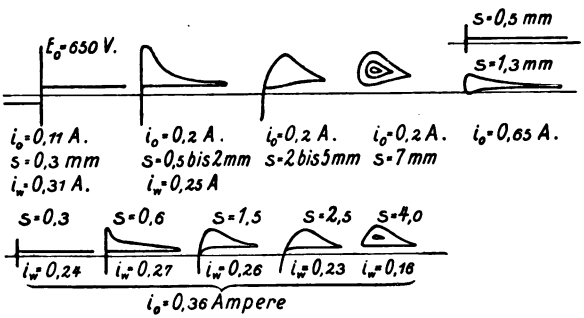


Abb. 38.

Kathode aus Kohle, Anode aus Kupfer.

lich (und mit blanker Kupferoberfläche auch während längerer Zeit) auftreten (1. Bild)[1]). Ist die Bogenlänge nicht zu kurz,

1) Vielleicht erklärt sich hieraus die am Ende des § 8c mitgeteilte Be-

Digitized by Google

so erscheinen zwischendurch auch Schwingungen erster Art (3. Bild).

Will man unter Verwendung einer Kohlekathode (Abb. 38) Schwingungen dritter Art erzeugen, so muß man bei sonst ungeänderten Bedingungen i_0 sehr klein wählen (1. Bild). Schwingungen zweiter Art mit der Idealcharakteristik (Abb. 8) erhält man nur, wenn der Bogen sehr kurz ist (5. und 7. Bild). Verlängert man ihn, so tritt eine zunehmende Bogenhysteresis auf, die es schließlich dahin bringt, daß die Schwingung in den ersten Typus übergeht (4., 6. und 11. Bild); eine Vergrößerung von i_0 wirkt in demselben Sinne, wie eine Verlängerung des Bogens. Die gezeichneten Charakteristiken erster Art sind die Endformen;

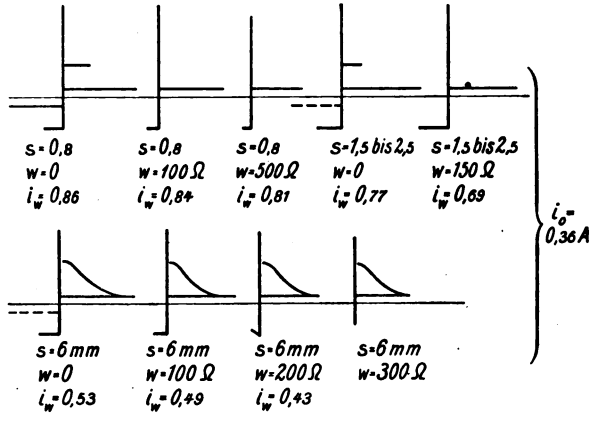


Abb. 39.

Einfluß des Dämpfungswiderstands; beide Elektroden aus Kupfer.

bei noch größerem s oder i_0 ist der Bogen inaktiv. Der durch die Hysteresis hervorgebrachten Deformation der Charakteristik ist der hier beobachtete stetige Übergang der Schwingungsform

---

obachtung, daß ein Bogen mit Kohleanode bei nicht zu kleiner Frequenz und nicht zu großem Strome i_0 weniger leicht zur Rückzündung neigt, wie ein solcher mit Kupferanode; denn wenn die Beschleunigung einer Bogenzündung durch den vorher auftretenden Glimmstrom ausbleibt, so kann bei schnell ablaufender Schwingung (d. h. nicht zu langer Pause T_2) der sogenannte Reststrom allein (J. Stark, Ann. Phys. (IV) **12**, 673, 1903) einen Bogenkrater auf der Anode nicht so rasch anheizen, als daß eine Rückzündung rechtzeitig erfolgen könnte.

Digitized by Google

zweiter in die Form erster Art zuzuschreiben; bei metallischer Kathode ist der Übergang unstetig, worauf in § 6b bereits hingewiesen worden ist (Abb. 36, 4. und 5. Bild; Abb. 37, 3. Bild).

Der Einfluß des Dämpfungswiderstandes w auf die Charakteristik ist aus Abb. 39 zu ersehen; es handelt sich dabei um einen Bogen zwischen Kupferelektroden mit $i_0 = 0{,}36$ Ampere. Die mit $w = 0$ bei kurzem Bogen stets, bei längerem Bogen gelegentlich auftretende Bogenrückzündung verschwindet, wenn man einen nicht zu kleinen Dämpfungswiderstand w einschaltet; auf die Glimmstromrückzündung hat dieser dagegen einen weit geringeren Einfluß. Es ist hier bei kurzem Bogen nicht möglich, w so groß zu machen, daß die Rückzündung ganz unterbleibt, denn der Bogen wird vorher inaktiv. Der Widerstand, bei dem das eintritt, nimmt mit wachsender Bogenlänge ab; er beträgt etwas mehr als 500 Ohm bei $s = 0{,}8$ mm, wenig mehr als 300 Ohm bei $s = 6$ mm. Versuche mit geringeren und größeren Strömen i_0 haben nichts wesentlich Neues ergeben.

Die hier wiedergegebene Versuchsreihe mit $n = 11800$, $\varrho = 740$ ist für das Verhalten des Bogens bis $n = 100000$ charakteristisch; wählt man andere Bedingungen, so erhält man ganz entsprechende Versuchsergebnisse mit einer Verschiebung der Versuchswerte, die mit der vorgetragenen Theorie im Einklang steht.

i) Mehrere Bögen in Reihenschaltung.

Nachdem sich herausgestellt hatte, daß der Bogen zwischen *Cu*- oder *Al*-Elektroden in der denkbar einfachsten Anordnung (Abb. 21) in passend gewählten Schwingungskreisen äußerst regelmäßige Schwingungen von einer bekannten einfachen Form (Abb. 8 und 9) erregen kann, und daß man dabei zu weit höheren Frequenzen gelangt, als mit den anderen bisher bekannten Anordnungen, erhob sich die Frage, ob und durch welche Mittel man die Intensität der Schwingungen steigern könne. Denn die Versuche ergeben, daß die Stromstärke i_0, mit der i_w nahezu linear anwächst (vgl. z. B. die Abb. 24 und 25), nicht über einen Grenzwert J_0 gesteigert werden darf; mit $i_0 = J_0$ wird der Bogen inaktiv; J_0 nimmt mit steigender Frequenz ab. In den theoretischen Erörterungen der § 6b und 6d haben wir die Erklärung dieser Tatsachen schon vorausgenommen; nunmehr soll die Theorie uns auch einen Fingerzeig zur Lösung der vorliegenden Aufgabe bieten.

Digitized by Google

Die zu bekämpfende Inaktivität des Bogens kann ihren Grund entweder in energetischen (§ 6b) oder in Stabilitätsverhältnissen (§ 6d) haben. Bei einem gegebenen Schwingungskreise läßt sich, wie aus den angeführten Darlegungen hervorgeht, sowohl die Energiezufuhr zum Schwingungskreise als auch die Stabilität der Schwingung nur durch Vergrößerung der Anfangsspannung E_0 erhöhen. Da die Vergrößerung der Bogenlänge das Gegenteil bewirkt (§ 8h), so wird man durch diese Überlegungen ganz von selbst dahin geleitet, eine Anordnung mit mehreren in Reihe geschalteten Bögen zu versuchen, bei der sich ja unter sonst gleichen Umständen die Anfangsspannungen der einzelnen Bögen einfach addieren müssen. Die in dieser Richtung angestellten Versuche haben in der Tat zum erwarteten Erfolg geführt.

Bei einem Teil der Versuche hat, um die 5000 Volt Dynamo nicht zu überlasten, das 440 Volt-Netz des städtischen Elektrizitätswerks als Stromquelle gedient. Man muß dabei allerdings die Unbequemlichkeit in Kauf nehmen, daß die Bögen mit kleiner Stromstärke überhaupt nicht stabil brennen (§ 2), und daß man, um die erforderliche Zündspannung zu erhalten, sehr große Selbstinduktivitäten in die Zuleitungen des Gleichstroms einschalten muß; ein Mittel, das übrigens auch nur eine beschränkte Wirksamkeit hat. Zur Verfügung standen drei einfache Bogenlampen nach Abb. 21 und eine für diese Versuche besonders konstruierte Vorrichtung, die fünf ebensolche Zylinder enthält, wie sie als Elektroden für die einfachen Lampen dienen. Abb. 40 zeigt einen schematischen Grundriß des Apparats. Die beiden Zylinder b und d können durch eine gemeinsame Schraube gegen die drei festmontierten Zylinder a, c, e in Pfeilrichtung verschoben werden, so daß man hiermit die Länge der vier in Reihe geschalteten Bögen s_1, s_2, s_3, s_4 gleichzeitig einstellen kann. Die Zylinder trugen Kupferringe als Elektroden; einige Versuche sind auch mit Aluminiumringen angestellt worden, ohne daß sich die Versuchsergebnisse wesentlich geändert hätten. Ich muß mich hier auf die Wiedergabe einiger typischen Versuchsreihen beschränken; es sind drei Fälle ausgesucht worden, die nach ihren Konstanten n und ϱ den

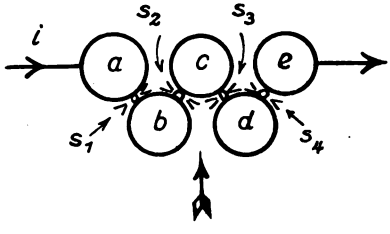


Abb. 40

Digitized by Google

Bedürfnissen der drahtlosen Telegraphie entsprechen (Abb. 41 bis 43). Auch bei wesentlich höherer oder geringerer Frequenz erreicht

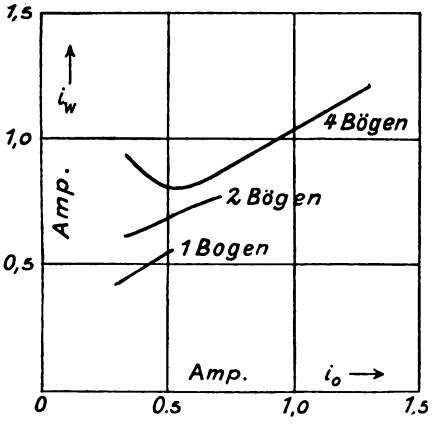


Abb. 41.
$\varrho = 776$; $n = 365000$.

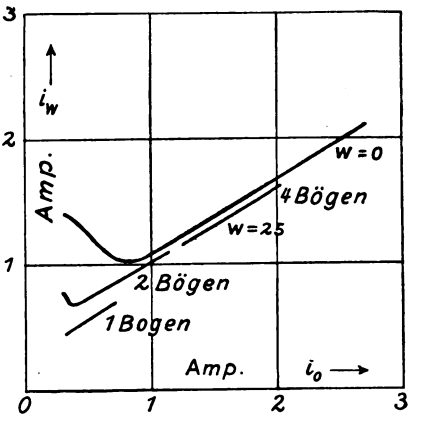


Abb. 42.
$\varrho = 490$; $n = 156000$.

man durch die Reihenschaltung von Bögen ähnliche Vorteile. Die Kurven sind für $i_0 \leq 1{,}4$ Amp. mit der Betriebsspannung von 4500 Volt, für $i_0 \geq 0{,}8$ Amp. mit 440 Volt aufgenommen worden.

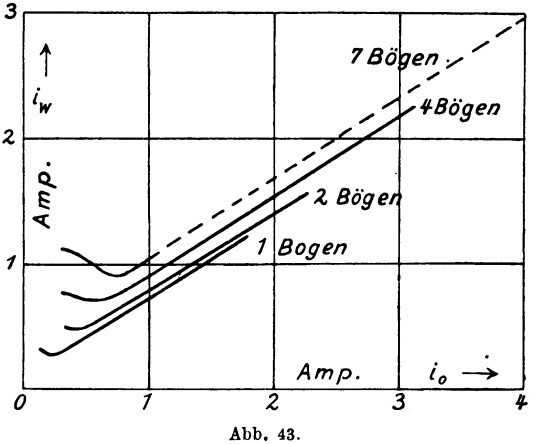


Abb. 43.
$\varrho = 965$; $n = 154000$.

Im Gebiet $i_0 = 0{,}8$ bis 1,4 Amp. hat man also in der Doppelaufnahme der Versuchswerte eine Kontrolle für ihre Zuverlässigkeit

Digitized by Google

und ihre Unabhängigkeit von der Betriebsspannung (diese ist, wie früher gezeigt, an die Bedingung gebunden, daß i_0 sich während des Ablaufs der Schwingung nicht ändern soll). Die Länge der Bögen war 0,8 mm.

Die Abb. 41 zeigt die Kurven $i_w = f(i_0)$, wenn man einen Schwingungskreis $n = 365000$, $\varrho = 776$ mit 1, 2 und 4 Bögen erregt; die Abb. 42 bezieht sich auf $n = 156000$, $\varrho = 490$; Abb. 43 auf $n = 154000$, $\varrho = 965$. Nach Formel 40c ist

$$\frac{T_2}{T} = \frac{1}{\pi} \frac{E_0}{i_0 \varrho}. \tag{40c}$$

Ferner

$$i'_{\max} = \sqrt{i_0^2 + \left(\frac{E_0}{\varrho}\right)^2} = i_0 \sqrt{1 + \left(\frac{\pi T_2}{T}\right)^2}. \tag{40g}$$

Schaltet man n Bögen in Reihe, so ist E_0 durch nE_0 zu ersetzen, womit auch T_2/T auf den n-fachen Betrag anwächst. Das hat zur Folge, daß für die kleineren Stromstärken i_0 leichter Rückzündung eintritt, daß dafür aber der Bogen erst bei größeren Stromstärken inaktiv wird. Das Minimum der Kurve $i_w = f(i_0)$ muß sich darum um so mehr im Sinne wachsender i_0 verschieben, je mehr Bögen in Reihe geschaltet sind; außerdem muß der Grenzstrom $i_0 = J_0$. bei dem die Schwingungen aufhören, mit der Bogenzahl zunehmen. Die Kurven Abb. 41 bis 43 zeigen in der Tat diesen Verlauf. Man ersieht ferner aus Gl. 40g, daß sich die Intensität der Schwingungen bei festem i_0 nicht einfach verdoppeln kann, wenn man die Zahl der Bögen verdoppelt; der Nutzen der Anordnung beruht mehr darauf, daß man i_0 erheblich steigern kann. Die oberste Kurve der Abb. 43 gilt für 7 Bögen in Reihe; leider konnte die Kurve mit 440 Volt nicht weiter aufgenommen werden, da dabei die erforderliche Zündspannung nicht herzustellen war; ihr weiterer mutmaßlicher Verlauf ist einpunktiert worden. Die mit $w = 25$ bezeichnete Kurve in Abb. 42 gilt für 4 Bögen und 25 Ohm Dämpfungswiderstand; in Abb. 43 fällt die entsprechende Kurve fast mit der Kurve für 2 Bögen, $w = 0$ zusammen und ist nicht besonders eingetragen worden.

Ein Versuch, der dem in Abb. 30 wiedergegebenen entspricht, hat ergeben, daß man bei einem festen i_0 einen der Zahl der Bögen proportionalen Dämpfungswiderstand w einschalten muß, um die Schwingung zum Erlöschen zu bringen. Die Belastungs-

Digitized by Google

fähigkeit des Schwingungskreises wächst demnach etwa proportional der Bogenzahl.

Wenn die Frequenz etwa 10^6 erreicht (oder bei kleinerer Frequenz und großen Werten von ϱ) hat man bei der beschriebenen Anordnung mit dem Übelstand zu kämpfen, daß die Bögen mit größeren Stromstärken (1 Amp. und mehr) eine lebhafte Tendenz zum Wandern zeigen, sich dabei verlängern und inaktiv werden. Je mehr Bögen man hat, um so schwieriger ist es, sie alle zugleich an der engsten Stelle des Elektrodenzwischenraums zu halten. Beim Bau einer Vorrichtung zur technischen Verwertung der Serienschaltung von Bögen müßte man diesen Punkt besonders beachten; das seitliche Ausweichen der Bögen läßt sich wohl durch eine passende Wahl der Elektrodenform verhindern.

§ 9. Grundsätze für die rationelle Erzeugung von Lichtbogenwechselströmen.

Dem Bogen zwischen Kohleelektroden ist der zwischen Elektroden aus Kupfer oder Aluminium in vieler Hinsicht überlegen; auch wenn man davon absieht, daß der Kohlebogen Schwingungen hoher Frequenz nur bei Anwendung besonderer Hilfsmittel und solche höchster Frequenz überhaupt nicht erregen kann. Die Bogenlampenkohle ist ein schlechtdefinierter Stoff, der sich vollkommen gleichmäßig gar nicht herstellen läßt; die Kohlen brennen in Luft rasch ab, die Elektrodenform ändert sich fortwährend, so daß ein bestimmter Schwingungszustand selten länger als einige Sekunden erhalten bleibt, und auch bei sorgfältigem Nachregulieren hat es der Experimentator nicht in der Hand, eine feste Schwingungsform während längerer Zeit aufrecht zu erhalten[1]). Bei guter Kühlung ist dagegen der Abbrand von Aluminiumelektroden gering und der von Kupferelektroden noch geringer; mit der Lampe nach Abb. 21 ist es oft gelungen, den gerade herrschenden, bzw.

1) Mit den in erster Linie durch die leichte Veränderlichkeit von E_0 hervorgerufenen Schwankungen der Frequenz und der Stärke der Schwingungen 2. Art beschäftigt sich eingehend K. Vollmer (Jahrb. d. drahtl. Telegraphie u. Telephonie **3**, 117, 213, 1909, 1910). Es war mir leider nicht möglich, die Ergebnisse dieser besonders für die Praxis der Wellentelegraphie wertvollen Arbeit hier zu würdigen, da die vorliegende Schrift bereits vollkommen abgeschlossen war, als die Vollmersche Abhandlung erschien. Es muß daher der Hinweis genügen, daß auch die Vollmerschen Versuche die hier vorgetragenen Anschauungen bestätigen.

Digitized by Google

eingestellten Schwingungszustand während einer Viertelstunde unverändert aufrecht zu erhalten, ohne daß die Lampe der geringsten Wartung bedurft hätte.

Verlangt man äußerst regelmäßige Schwingungen, so ist es gut, ϱ groß zu wählen. Der erhaltene Wechselstrom ist fast sinusförmig; die Spannung an der Selbstinduktivität (und am Kondensator) wird groß; die Stromstärke i_w ist von der des Speisestroms i_0 nur wenig verschieden. Mit kleinerem ϱ erhält man zwar einen größeren Wechselstrom i_w, jedoch auf Kosten der Regelmäßigkeit der Schwingungsform, die auch stärker ausgeprägte Obertöne aufweist; zugleich wird die Spannung an der Selbstinduktivität kleiner (§ 6a bis 6c).

Eine weit größere Steigerung der Schwingungsintensität, die zugleich die genannten Nachteile vermeidet, ergibt sich durch die Reihenschaltung von Bögen. Um übersichtliche Verhältnisse zu haben, sollte man stets durch Einschalten einer genügend großen Induktivität L_0 in die Zuleitung des Gleichstroms verhindern, daß die Schwingungen in den Gleichstromkreis eindringen; man umgeht dadurch auch Verluste an Schwingungsintensität und vermeidet eine mögliche Gefährdung der Isolation der Gleichstromanlage; man hat dadurch endlich den Vorteil, daß die Gleichspannung kleiner sein darf, als die Zündspannung der Bogenanordnung. Das ist besonders wichtig, wenn mehrere Bögen in Reihe geschaltet sind.

Die Wahl der Gleichspannung hängt ab von den Anforderungen, die man an die Leistungsfähigkeit des Schwingungskreises stellt. Soll dieser z. B. 5 Ampere bei 300000 Perioden hergeben (1000 m Wellenlänge), so wird man 6 bis 8 Bögen von 0,8 mm Länge in Reihe schalten müssen; eine Gleichspannung von 1500 Volt dürfte zum Betrieb dieser Anordnung ausreichen, wenn man durch Vorschalten einer großen Induktivität (für die nur eine Spule mit geschlossenem Eisenkern in Frage kommt) für die nötige Zündspannung sorgt. Die praktische Brauchbarkeit der hier als Beispiel gegebenen Anordnung wird natürlich in erster Linie von einer zweckmäßigen Konstruktion der Bogenlampe abhängen. Einige zu beachtende Punkte sind schon in § 8i angegeben worden; bei der großen Stromstärke ist auch eine gute Kühlung wichtig, während sich ein gleichmäßiger Abbrand durch die Anordnung rotierender Elektroden wird erreichen lassen. Praktische Versuche können hier allein das Endurteil sprechen.

Digitized by Google

§ 10. Über die vom Lichtbogen erzeugten Überspannungen und einige Eigenschaften der üblichen Überspannungssicherungen.

Die Eigenschaft des Bogens, in einem ihm parallel geschalteten elektrisch schwingungsfähigen System dauernde Schwingungen zu erregen, ist mitunter auch sehr unerwünscht und hat in elektrischen Anlagen schon manchen Schaden hervorgerufen. Man denke sich z. B. einen Generator G, der über ein Kabel oder eine Freileitung L einen Transformator T speist (Abb. 44). Das System soll durch eine Funkenstrecke H (etwa ein Hörnerableiter) gegen Überspannungen geschützt sein. Spricht H an, so bildet der Generatorstrom über H einen Lichtbogen, dem parallel das schwingungsfähige System LT geschaltet ist. Ein ungünstiger Fall liegt vor, wenn der Sekundärkreis von T offen ist. Dann hat man zwischen den Klemmen AB eine hohe Induktivität, dort kann infolge der Schwingung eine hohe Spannung auftreten, so daß H dieses Leitungsende nicht nur nicht schützt, sondern durch sein Ansprechen gefährdet. Ferner transformieren sich die Schwingungen auf die sekundäre Transformatorwicklung. Diese hat immer eine beträchtliche Eigenkapazität; es können sich also Wellen auf ihr ausbilden und unter Umständen höchst merkwürdige und gefährliche Spannungsverteilungen entstehen, wie sie von Dina [1]) untersucht worden sind. Bei Versuchen, die ich mit der Anordnung nach Abb. 44 angestellt habe, ist mir mehrfach die Sekundärwicklung der benutzten Hochspannungstransformatoren in sich durchgeschlagen.

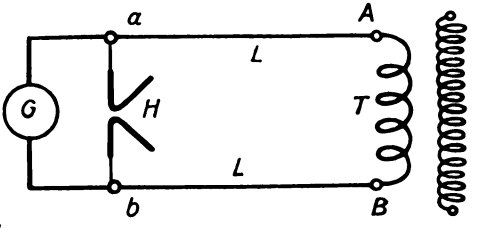


Abb. 44.

Auch wenn der Transformator T abgeschaltet ist, entstehen in der Leitung L Schwingungen; dabei bildet sich auf dieser gerade eine Viertelwelle aus, und bei AB tritt der Spannungsbauch auf, so daß dort die Spannung ein vielfaches der erregenden

1) A. Dina, Elektrot. Zeitschr. 1906, S. 191.

Digitized by Google

Bogenspannung sein kann. Besonders ungünstig liegt der Fall, wenn bei *a* und *b* Drosselspulen vorgeschaltet sind, wie man sie häufig zum Schutz gegen Überspannungen anwendet. So habe ich in einem Fall, in dem die Induktivität der Spulen je 0,006 Henry betrug, und *L* eine künstliche Leitung von 0,02 Henry und 0,07 Mikrofarad war, bei *AB* 2000 Volt gemessen, während die erregende Spannung nur 200 Volt war; in die Leitung floß ein Strom von 3 Ampere; die Frequenz wurde zu 4250 Per./sec. ermittelt.

Es gibt noch viele andere in der Praxis der Kraftübertragungen vorkommende Schaltungen, in denen der Bogen, der beim Ansprechen einer Überspannungssicherung eingeleitet wird, neue gefährliche Schwingungen erregen kann. Ein ziemlich radikales Mittel gegen diese ist ein vor die Funkenstrecke *H* geschalteter Dämpfungswiderstand, der ja heutzutage auch aus anderen Gründen schon vielfach angewendet wird.

Was die Funkenstrecke *H* selbst anbelangt, so sieht man ohne weiteres ein (§ 8i), daß eine Mehrfachfunkenstrecke, wie z. B. der amerikanische Rollenblitzableiter, ein besserer Schwingungserreger, also gefährlicher ist, als ein einfacher Hörnerableiter. Diese Beobachtung ist schon 1903 von Dina im Laboratorium der Siemens-Schuckert-Werke (Charlottenburg) gemacht worden. Um einen Anhalt für die in Frage kommenden Unterschiede zu erhalten, habe ich folgenden Versuch angestellt. Parallel zu einer künstlichen Leitung mit 0,0116 Henry, 0,018 Mikrofarad wurde zuerst ein auf 8 mm eingestellter Hörnerableiter, dann ein 8 Funkenstrecken von je 1,8 mm enthaltender Rollenableiter geschaltet, die beide bei einer effektiven Wechselspannung von 14000 Volt überschlagen wurden. Die beim Arbeiten der Ableiter entstehende Überspannung wurde durch eine geaichte Funkenstrecke gemessen und ist aus folgender Tabelle zu ersehen.

Vorschaltwiderstand in Ohm	Überspannung in Volt (effektiv)	
	Hörner	Rollen
0	31000	40000
170	13000	16000
1850	7000	9000
28000	2000	2600

Eine andere hierher gehörige Beobachtung über Hörnerableiter ist folgende. Der Hörnerableiter hat seine Form erhalten, damit der Bogen, der durch die Entladung eingeleitet wird, durch die

Digitized by Google

vereinte Wirkung der Wärme und der elektrodynamischen Kraft hochsteigen und sich verlängern soll, bis er zuletzt erlischt. Sobald der Bogen einem Schwingungskreise von mittelhoher Frequenz (z. B. einem nicht zu langen Kabel) parallel geschaltet ist, tut er dies schwieriger, das heißt erst bei ziemlich großem Strome, wenn die Hörner auf weniger als 3 mm eingestellt sind. Es entstehen nämlich Schwingungen zweiter Art, und der Bogen bleibt während einer zu langen Zeit T_2 erloschen, so daß die neue Zündung an der engsten Stelle leichter erfolgen kann, als über die bisherige (etwas verlängerte) Bogenbahn; (vgl. eine entsprechende Beobachtung § 8c, S. 89, 90); der Bogen reißt dann überhaupt nicht ab. Da es häufig wünschenswert ist, die Hörner zum Schutz der Anlage auf weniger als 3 mm einzustellen und auch der Lichtbogenstrom in mäßigen Grenzen gehalten werden muß, so ist diese Eigenschaft der Hörner sehr störend. Sie kann beseitigt werden, wenn man von der Beobachtung Gebrauch macht, daß der Bogen mit höherer Schwingungsfrequenz wieder zu wandern beginnt (§ 8i). Wenn man demgemäß den Hörnern parallel einen kleinen Kondensator (etwa 0,01 Mf.) mit ganz kurzen Verbindungsdrähten schaltet, so bemerkt man, daß der Lichtbogen wieder hochsteigt. Die in dem Nebenschluß entstehende Schwingung von höherer Frequenz verhindert eben, daß der Bogen während einer zu langen Zeit T_2 erloschen bleibt; er wird dann in der alten Bahn wieder gezündet, trotzdem sich diese mehr und mehr verlängert. Schließlich reißt der Bogen ab, aber inzwischen hat sich die engste Stelle zwischen den Elektroden so weit abkühlen können, daß dort keine Neuzündung eintritt.

In den vorangehenden Überlegungen ist es gar nicht zum Ausdruck gekommen, daß der Bogen nicht mit Gleichstrom, sondern mit technischem Wechselstrom (z. B. von 50 Perioden) erzeugt wird. Das ist auch ganz nebensächlich, denn die entstehenden Schwingungen sind von viel höherer Frequenz und kommen darum während jeder Periode des niederfrequentigen Wechselstroms voll zur Ausbildung.

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

MAR 13 1939

Digitized by Google